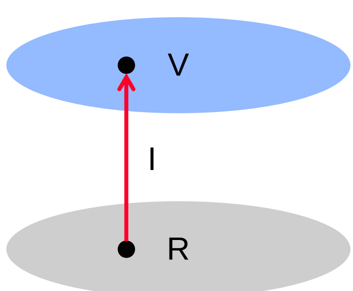
2. Digitale Codierung und Übertragung

Information und Repräsentation

- V = Menge von *Werten* (Interpretationen, Bedeutungen)
- R = Menge von *Repräsentationen* (Darstellungswerten)
- Abbildung

  $I : R \rightarrow V$ *Interpretation*
- Umkehrung zur Interpretation: *Repräsentationsbeziehung* $I^{-1} : V \rightarrow R$



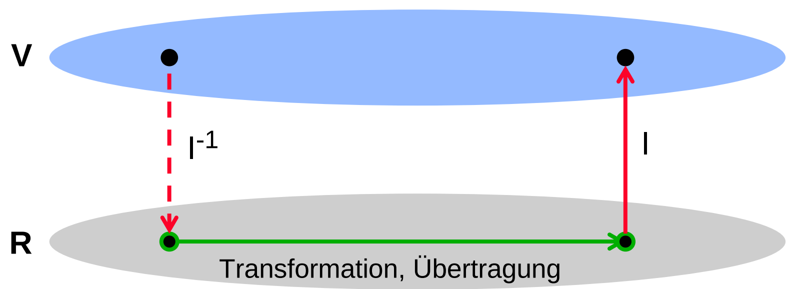
Klassische Beispiele:
V = Zahlwerte, R = Binärzahlen
V = Abbildungen, R = Programme

Hier betrachtete Beispiele:
V = textuelle Aussagen (z.B.)
R = Bilder, R = Klänge, ...

(nach Broy: Informatik Teil I)

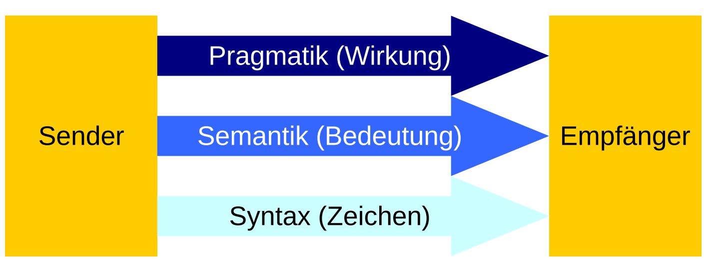
Informationsverarbeitung

- Information ist ein abstrakter Begriff.
- Computer verarbeiten immer Repräsentationen.
- Informationsverarbeitung ist Repräsentationsverarbeitung.
- Medien sind spezielle Repräsentationen von Information.



Semiotische Ebenen

- Semiotik = Theorie der Zeichen und Symbole
- Klassische Terminologie der Semiotik: Syntax, Semantik, Pragmatik

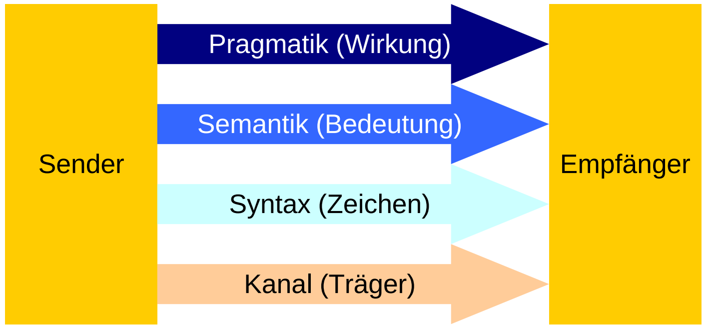


Bezug zur traditionellen Informatik:

Syntax = Repräsentationen (Menge R)
Semantik = Informationsgehalt (Menge V)
Pragmatik wird als irrelevant angesehen

Semiotische Ebenen in der Medieninformatik

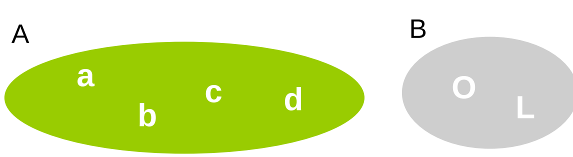
- Für Medien müssen alle semiotischen Ebenen betrachtet werden.
  - Z.B. Wirkung eines Textes abhängig von der grafischen Darstellungsform (Farbe, Größe, Platzierung)



- Für die technische Realisierung sind Eigenschaften des physikalischen Trägers der Repräsentation ebenfalls wesentlich.
  - Z.B. Speicherbedarf, Frequenzspektrum

Stochastische Informationstheorie: Zeichenvorräte und Codierung

- Ein *Zeichenvorrat* ist eine endliche Menge von *Zeichen*.
- Eine Nachricht (im Zeichenvorrat A) ist eine Sequenz von Zeichen aus A
- Seien A und B Zeichenvorräte.
  Eine *Codierung* ist eine Abbildung von Nachrichten in A auf Nachrichten in B.
- Wir beschränken uns meist auf *binäre* Codierungen, d.h. B = { 0, L }
- Die *Informationstheorie* (nach *Shannon*) befaßt sich mit Nachrichtenquellen auf der Ebene der Syntax aus *stochastischer* Sicht
  - Interpretation der Nachrichten ist hier kein Thema! (gleiche Interpretation von Zeichen und Codierung)



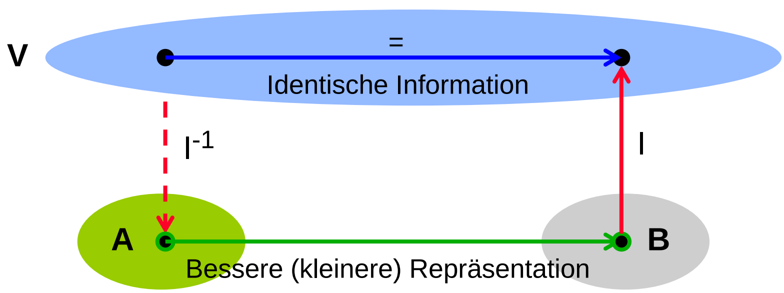
Beispiel:

abca → 000LL000

ddc → LLLLLO

Interpretation und Codierung

- Es gibt Codierungen verschiedener Effizienz für die gleiche Information.
- Die Informationstheorie betrachtet eine Informationsquelle nach Eigenschaften, die eine bessere (kürzere) Codierung erlauben.
- Informationsquelle wird durch einen Basiszeichenvorrat mit zusätzlichen Informationen (z.B. Häufigkeitsverteilung) erfasst.



Entropie (1)

- Annahme *Stochastische Nachrichtenquelle:* Wir kennen die Häufigkeitsverteilung der Zeichen in den Nachrichten.
- *Entscheidungsgehalt* (*Entropie*) der Nachrichtenquelle:
  - Wie viele Ja/Nein-Entscheidungen entsprechen dem Auftreten eines Einzelzeichens?
  - Eine Ja/Nein-Entscheidung = 1 „bit“
- Beispiele:

Quelle 1

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	1	0	0	0
Entschdg.	0	-	-	-

Quelle 2

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	0.25	0.25	0.25	0.25
Entschdg.	2	2	2	2

p = Häufigkeit

x = Zahl der Entscheidungen

$2^x = 1/p$

$x = \mathrm{ld}\,(1/p)$

(Logarithmus zur Basis 2)

Entropie (2)

- *Durchschnittlicher* Entscheidungsgehalt je Zeichen: *Entropie H*

$$H = \sum_{a \in A} p_a \, ld\left(\frac{1}{p_a}\right)$$

Quelle 1

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	1	0	0	0
Entschdg.	0	-	-	-

H = 0

Quelle 2

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	0.25	0.25	0.25	0.25
Entschdg.	2	2	2	2

H = 2

Quelle 3

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	0.5	0.25	0.125	0.125
Entschdg.	1	2	3	3

H = 1.75

Wortlängen und Redundanz

- Eine (Binär-)Codierung der Nachrichten einer stochastischen Nachrichtenquelle ergibt eine *durchschnittliche Wortlänge L*.

$$L = \sum_{a \in A} p_a \, |c(a)|$$

Quelle 2

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	0.25	0.25	0.25	0.25
Code	00	0L	L0	LL

H = 2
L = 2

Quelle 3

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	0.5	0.25	0.125	0.125
Code	00	0L	L0	LL

H = 1.75
L = 2

- *Redundanz* = L – H
- Redundanz ist ein Maß für die Güte der Codierung: möglichst klein!

Optimale Codierung

- Eine Codierung ist *optimal*, wenn die Redundanz 0 ist.
- Durch geeignete Codierung (z.B. Wortcodierung statt Einzelzeichencodierung) kann man die Redundanz beliebig niedrig wählen.
- Redundanz ermöglicht andererseits die Rekonstruktion fehlender Nachrichtenteile!
  - B ispi l: Natürlich Sprach
  - Beispiel: Fehlererkennende und -korrigierende Codes (z.B. Paritätsbits)

Quelle 3

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	0.5	0.25	0.125	0.125
Code 3A	00	0L	L0	LL

H = 1.75
L = 2

Quelle 3

Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	0.5	0.25	0.125	0.125
Code 3B	0	L0	LL0	LLL

H = 1.75
L = 1.75

2. Digitale Codierung und Übertragung

2.1 Informationstheoretische Grundlagen

2.2 Speicherbedarf und Kompression

2.3 Digitalisierung

Weiterführende Literatur zum Thema Datenkompression:

Khalid Sayood: Introduction to Data Compression, 2nd. ed., Morgan Kaufmann 2000

Darstellungsräume, Darstellungswerte

- Jedes (Einzel-)Medium definiert einen Darstellungsraum
  (= Menge der möglichen Repräsentationen R).
- Eine konkrete Repräsentation einer Information ist ein Darstellungswert innerhalb des Darstellungsraums.
- Für Perzeptionsmedien:
  – Ein Darstellungsraum richtet sich an einen bestimmten Sinn des Menschen.

- Beispiele:
  – Text: Darstellungsraum = Menge aller möglichen Zeichenfolgen
  – Bild: Darstellungsraum = Menge aller möglichen Belegungen der Wiedergabefläche mit Farbinformationen
  – Sprache: Darstellungsraum = (sehr spezifische und komplexe) Teilmenge der möglichen Verteilungen von Luftdruck über die Zeitachse

Darstellungsdimensionen

- Ein (Einzel-)Medium kann bis zu drei räumliche Dimensionen und eine zeitliche Dimension enthalten:
  – Text: Eine räumliche (oder zeitliche) Dimension
  – Bild: Zwei räumliche Dimensionen
  – Video: Zwei räumliche, eine zeitliche Dimension
  – Raumklang: Drei räumliche, eine zeitliche Dimension
- Begriffe: Raumabhängige und zeitabhängige Medien

- Prinzipiell kann man (unter Erhalt der Information) eine räumliche Dimension in eine zeitliche Dimension umcodieren und umgekehrt (Transformation in Darstellungsräumen).
  – Beispiel: Scrollen (Raumdimension in Zeitdimension umgewandelt)
  – Beispiel: Notenschrift (Zeitdimension in Raumdimension umgewandelt)

Speicherbedarf multimedialer Information

- Bsp. Schrift
  - Laufschrift (8 bit/Zeichen, 40 Zeichen/s): 320 Bit/s
- Bsp. Audio-Signale
  - Sprachsignal niedriger Qualität (Mono, 8 bit, 11 kHz): 88 kBit/s
  - CD-Qualität (Stereo, 16 bit, 44,1 kHz): 1,4 MBit/s
- Bsp. Bilder (9x13cm = 1062x1536 Pixel)
  - Schwarz/weiß (1 bit Farbtiefe): 200 kByte
  - TrueColor (24 bit Farbtiefe): 4,9 MByte
- Bsp. Video (ohne Ton)
  - 720 x 525 Pixel, 25 Bilder/s, 16 bit Farbtiefe: 151,2 MBit/s
  - 1280 x 720 Pixel, 60 Bilder/s, 24 bit Farbtiefe: 1,32 GBit/s
- ***Kompression*** der Information ist extrem wichtig!

Pixel= Bildpunkt

Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
  - Nicht verlustbehaftet vs. verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & nicht verlustbehaftete Verfahren
- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung
    - » Arithmetische Codierung
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung

Grundidee zur Huffman-Codierung

- Zeichen größerer Häufigkeit werden durch kürzere Codes repräsentiert
  – vgl. Morse-Code
- Das führt zu einem Code variabler Wortlänge:
  – Kein Codewort darf Anfang eines anderen sein *(Fano-Bedingung)*
- In optimalem Code müssen die beiden Symbole der niedrigsten Häufigkeit mit gleicher Länge codiert sein.

  "Beweis"-Skizze:

  – Wären die Längen verschieden, könnte man das längere Wort bei der Länge des kürzeren abschneiden
    » Dann sind die beiden Codes verschieden (sonst wäre Fano-Bedingung vorher verletzt gewesen)
    » Kein anderes Codewort kann länger sein (da Zeichen niedrigster Wahrscheinlichkeit), also kann die Kürzung nicht die Fano-Bedingung verletzen

  – Dann hätten wir einen neuen Code mit kleinerer durchschnittlicher Wortlänge!

Huffman-Codierung (1)

- Gegeben: Zeichenvorrat und Häufigkeitsverteilung
- Ergebnis: Codierung
  (optimal, wenn alle Häufigkeiten Kehrwerte von Zweierpotenzen sind)
- Wiederholte Anwendung dieses Schritts auf die Häufigkeitstabelle:
  – Ersetze die beiden Einträge niedrigster Häufigkeit durch einen Codebaum mit zwei Ästen „0“ und „L“ und trage die Summe der Häufigkeiten als Häufigkeit dafür ein.

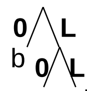
Zeichen	a	b	c	d
Häufigkeit	0.5	0.25	0.125	0.125

			0 L
Zeichen	a	b	c d
Häufigkeit	0.5	0.25	0.25

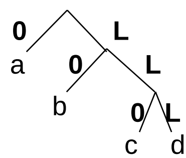
David Huffman 1951

Huffman-Codierung (2)

Zeichen	a	b	c d
Häufigkeit	0.5	0.25	0.25



Zeichen	a	c d
Häufigkeit	0.5	0.5



Resultierender Codebaum

Huffman-Codierung (3)

- Eine Nachricht, die sich an die gegebene Häufigkeitsverteilung hält:
  ababacadaabacdba (Länge = 16 Zeichen)

- Codierung mit festen Wortlängen
  (z.B. a = 00, b = 0L, c = L0, d = LL)
  Länge 32 bit

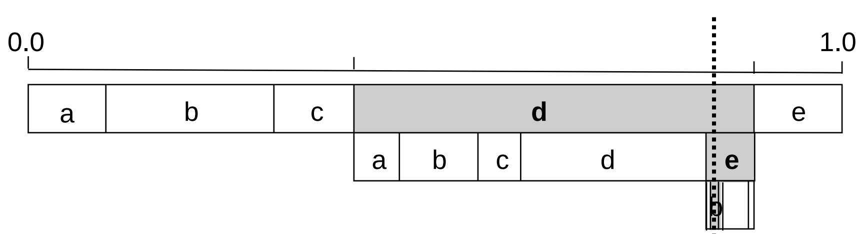
- Huffman-Codierung
  (a = 0, b = L0, c = LL0, d = LLL)
  0L00L00LL00LLL00b0LL0LLLL00
  Länge 27 bit (d.h. ca. 16% Reduktion)

Experiment: Huffman-Kompression von Bildern

- Grautonbild, 256 x 256 Pixel, 8 bit (d.h. 265 Graustufen)
  - Unkomprimiert: 65.536 Bytes
  - Mit Huffman kodiert: 40.543 Bytes ca. 38% Reduktion
  - Einfacher "Zusatztrick":
    Differenz zwischen benachbarten Pixeln speichern
    und Huffman dann anwenden
    33.880 Bytes ca. 51% Reduktion
    » Solche "semantischen Kodierungen" siehe später!

Arithmetische Codierung (1)

- Gegeben: Zeichenvorrat und Häufigkeitsverteiltung
- Ziel: Bessere Eignung für Häufigkeiten, die keine Kehrwerte von Zweierpotenzen sind
- Patentiertes Verfahren; nur mit Lizenz verwendbar
- Grundidee:
  - Code = Gleitkommazahl berechnet aus den Zeichenhäufigkeiten
  - Jedes Eingabezeichen bestimmt ein Teilintervall



Arithmetische Codierung (2)

- Beispiel:

Zeichenindex i	1=Leerz.	2=I	3=M	4=S	5=W
Häufigkeit p_i	0.1	0.2	0.1	0.5	0.1
linker Rand L_i	0.0	0.1	0.3	0.4	0.9
rechter Rand R_i	0.1	0.3	0.4	0.9	1.0

Allgemein: $L_i = \sum_{j=0}^{i} p_j \quad R_i = \sum_{j=0}^{i+1} p_j$

- Algorithmus:

  real L = 0.0; **real** R = 1.0;
  while Zeichen vorhanden **do**
  Lies Zeichen und bestimme Zeichenindex i;
  real B = (R–L);
  R := L + B*R_i;
  L := L + B*L_i;
  enddo;
  Code des Textes ist Zahl im Intervall [L, R)

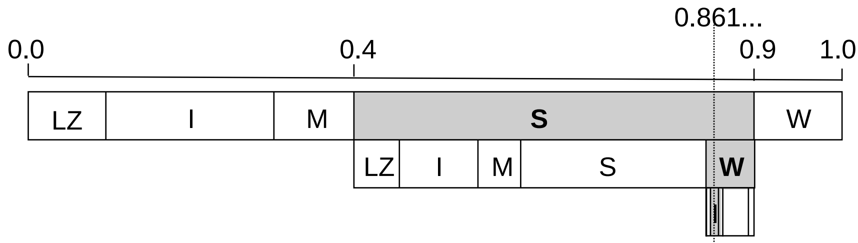
Arithmetische Codierung (3)

- Beispieltext-Codierung ("SWISS_MISS"):

Zeichen	L	R
S	0,4	0,9
W	0,85	0,9
I	0,855	0,865
S	0,859	0,864
S	0,861	0,8635
Leerz.	0,861	0,86125
M	0,861075	0,86110
I	0,8610775	0,8610782
S	0,86107778	0,86107813
S	0,86107792	0,861078095

Arithmetische Kodierung (4)

- Problem Gleitkomma-Arithmetik:
  - Konversion in Ganzzahl-Bereich durch "Skalieren"
- Welcher Binärcode:
  - Ober- und Untergrenze binär codieren
  - Code = Unterer Wert, abgebrochen an der ersten Stelle, die verschieden vom oberen Wert ist
- Veranschaulichung:



Lauflängencodierung

- Unkomprimierte Repräsentationen von Information enthalten häufig Wiederholungen desselben Zeichens
  (z.B. lange Folgen von x00- oder xFF-Bytes)
- Idee: Ersetzen einer Folge gleicher Zeichen durch 1 Zeichen + Zähler
- Eingesetzt z.B. in Fax-Standards

- Beispiel:

  aaaabcdeeefggghiabtttiikkkddde

  ersetzt durch

  #a4bcd#e3f#g4hiab#t3#i2#k3#d3e

- Probleme:
  - Bei geringer Häufigkeit von Wiederholungen ineffektiv (verschlechternd)
  - Syntaktische Trennung von Wiederholungsindikatoren und unverändertem Code