

2. Digitale Codierung und Übertragung

- 2.1 Informationstheoretische Grundlagen
- 2.2 Verlustfreie universelle Kompression
- 2.3 Digitalisierung, Digitale Medien



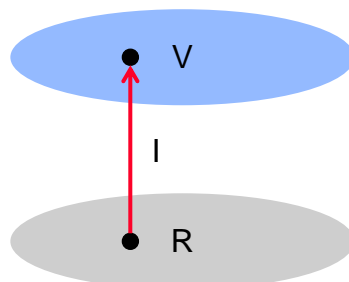
Weiterführende Literatur zum Thema Informationstheorie:

Taschenbuch Medieninformatik Kapitel 2

Herbert Klimant, Rudi Piotraschke, Dagmar Schönfeld:
Informations- und Kodierungstheorie, Teubner 2003

Information und Repräsentation

- V = Menge von *Werten* (Interpretationen, Bedeutungen)
- R = Menge von *Repräsentationen* (Darstellungswerten)
- Abbildung
 $I : R \rightarrow V$ *Interpretation*
- Umkehrung zur Interpretation: *Repräsentationsbeziehung* $I^{-1} : V \rightarrow R$



Klassische Beispiele:

V = Zahlwerte, R = Binärzahlen

V = Abbildungen, R = Programme

Hier betrachtete Beispiele:

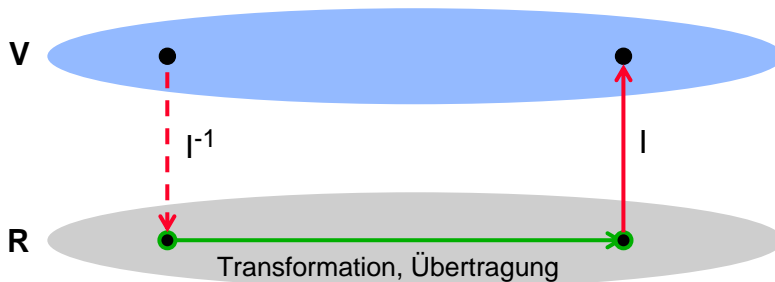
V = textuelle Aussagen (z.B.)

R = Bilder, R = Klänge, ...

(nach Broy: Informatik Teil I)

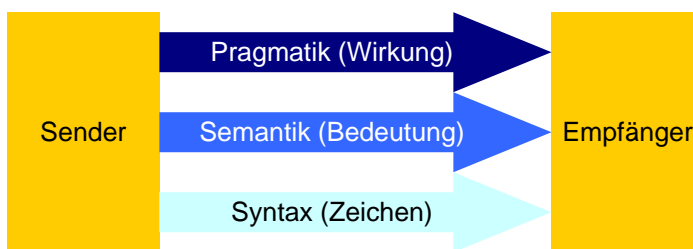
Informationsverarbeitung

- Information ist ein abstrakter Begriff.
- Computer verarbeiten immer Repräsentationen.
- Informationsverarbeitung ist Repräsentationsverarbeitung.
- Medien sind spezielle Repräsentationen von Information.



Semiotische Ebenen

- Semiotik = Theorie der Zeichen und Symbole
- Klassische Terminologie der Semiotik: Syntax, Semantik, Pragmatik



Bezug zur traditionellen Informatik:

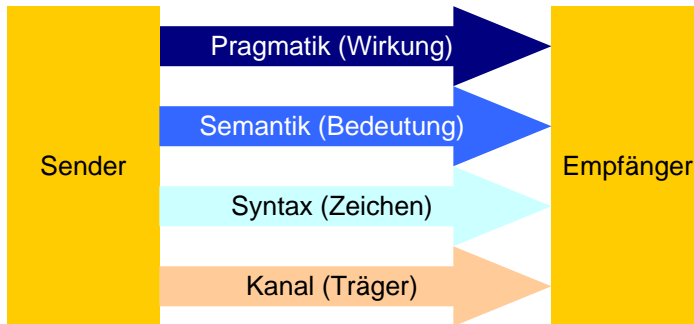
Syntax = Repräsentationen (Menge R)

Semantik = Informationsgehalt (Menge V)

Pragmatik wird als irrelevant angesehen

Semiotische Ebenen in der Medieninformatik

- Für Medien müssen alle semiotischen Ebenen betrachtet werden.
 - Z.B. Wirkung eines Textes abhängig von der grafischen Darstellungsform (Farbe, Größe, Platzierung)



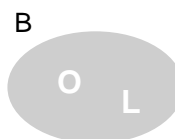
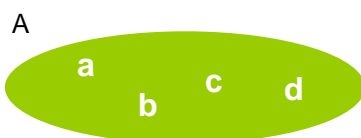
- Für die technische Realisierung sind Eigenschaften des physikalischen Trägers der Repräsentation ebenfalls wesentlich.
 - Z.B. Speicherbedarf, Frequenzspektrum

Stochastische Informationstheorie: Zeichenvorräte und Codierung

- Ein *Zeichenvorrat* ist eine endliche Menge von *Zeichen*.
- Eine Nachricht (im Zeichenvorrat A) ist eine Sequenz von Zeichen aus A
- Seien A und B Zeichenvorräte.
Eine *Codierung* c ist eine Abbildung von Nachrichten in A auf Nachrichten in B.

$$c: A \rightarrow B^* \quad (B^* : \text{Zeichenreihen über } B)$$

- Wir beschränken uns meist auf *binäre* Codierungen, d.h. $B = \{0, 1\}$
- Die *Informationstheorie* (nach *Shannon*) befaßt sich mit Nachrichtenquellen auf der Ebene der *Syntax* aus *stochastischer* Sicht
 - Zeichen und zugehörige Codierung haben immer identische Interpretation



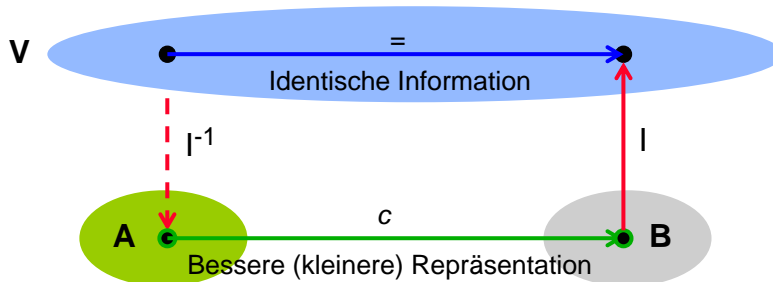
Beispiel:

abca → 00011000

ddc → 111110

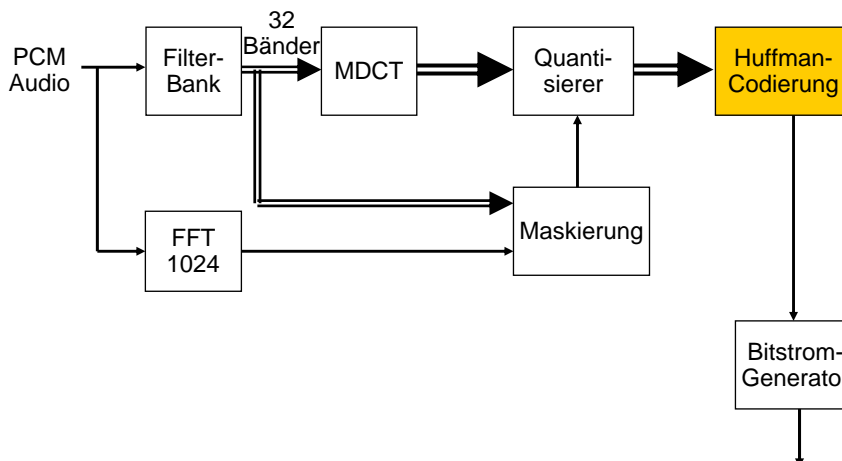
Interpretation und Codierung

- Es gibt Codierungen verschiedener Effizienz für die gleiche Information.
- Die Informationstheorie betrachtet eine Informationsquelle nach Eigenschaften, die eine bessere (kürzere) Codierung erlauben.
- Informationsquelle wird durch einen Basiszeichenvorrat mit zusätzlichen Informationen (z.B. Häufigkeitsverteilung) erfasst.



Einschub: Motivation für Informationstheorie

- Aufbau eines MPEG-Layer III (MP3) Encoders
 - Details siehe später!



Entropie (1)

- Annahme *Stochastische Nachrichtenquelle*: Wir kennen die Häufigkeitsverteilung der Zeichen in den Nachrichten.
- *Entscheidungsgehalt (Entropie)* der Nachrichtenquelle:
 - Wie viele Ja/Nein-Entscheidungen entsprechen dem Auftreten eines Einzelzeichens?
 - Eine Ja/Nein-Entscheidung = 1 „bit“
- Beispiele:

Quelle 1	Zeichen a	A	B	C	D
	Häufigk. p_a	1	0	0	0
	x_a	0	-	-	-

Quelle 2	Zeichen a	A	B	C	D
	Häufigk. p_a	0.25	0.25	0.25	0.25
	x_a	2	2	2	2

p_a = Häufigkeit

x_a = Zahl der Entscheidungen

$$2^{x_a} = 1/p_a$$

$$x_a = \text{ld}(1/p_a)$$

(Logarithmus zur Basis 2)

Entropie (2)

- *Durchschnittlicher Entscheidungsgehalt je Zeichen: Entropie H*

$$H = \sum_{a \in A} p_a \text{ld} \left(\frac{1}{p_a} \right)$$

mit $x_a = \text{ld}(1/p_a)$: $H = \sum_{a \in A} p_a x_a$

Quelle 1	Zeichen a	A	B	C	D
	Häufigk. p_a	1	0	0	0
	x_a	0	-	-	-

$H = 0$

Quelle 2	Zeichen a	A	B	C	D
	Häufigk. p_a	0.25	0.25	0.25	0.25
	x_a	2	2	2	2

$H = 2$

Quelle 3	Zeichen a	A	B	C	D
	Häufigk. p_a	0.5	0.25	0.125	0.125
	x_a	1	2	3	3

$H = 1.75$

Entropie ist Maß für „Unordnung“, „Zufälligkeit“

Wortlängen und Redundanz

- Eine (Binär-)Codierung der Nachrichten einer stochastischen Nachrichtenquelle ergibt eine *durchschnittliche Wortlänge* L .

$$L = \sum_{a \in A} p_a |c(a)|$$

Quelle 2	Zeichen a	A	B	C	D	
	Häufigk. p_a	0.25	0.25	0.25	0.25	$H = 2$
	Code $c(a)$	00	01	10	11	$L = 2$

Quelle 3	Zeichen a	A	B	C	D	
	Häufigk. p_a	0.5	0.25	0.125	0.125	$H = 1.75$
	Code $c(a)$	00	01	10	11	$L = 2$

- Redundanz = $L - H$**
- Redundanz ist ein Maß für die Güte der Codierung: möglichst klein!


Optimale Codierung

- Eine Codierung ist *optimal*, wenn die Redundanz 0 ist.
- Durch geeignete Codierung (z.B. Wortcodierung statt Einzelzeichencodierung) kann man die Redundanz beliebig niedrig wählen.
- Redundanz ermöglicht andererseits die Rekonstruktion fehlender Nachrichtenteile!
 - B ispi l: Natürlich Sprach
 - Beispiel: Fehlererkennende und -korrigierende Codes (z.B. Paritätsbits)

Quelle 3	Zeichen a	A	B	C	D	
	Häufigk. p_a	0.5	0.25	0.125	0.125	$H = 1.75$
	Code $c(a)$	00	01	10	11	$L = 2$

Quelle 3	Zeichen a	A	B	C	D	
	Häufigk. p_a	0.5	0.25	0.125	0.125	$H = 1.75$
	Code $c'(a)$	0	10	110	111	$L = 1.75$

2. Digitale Codierung und Übertragung

- 2.1 Informationstheoretische Grundlagen
- 2.2 Verlustfreie universelle Kompression 
- 2.3 Digitalisierung

Weiterführende Literatur zum Thema Kompression:

Taschenbuch Medieninformatik Kapitel 2

Herbert Klimant, Rudi Piotraschke, Dagmar Schönfeld:
Informations- und Kodierungstheorie, Teubner 2003

Khalid Sayood: Introduction to Data Compression, 2nd. ed.,
Morgan Kaufmann 2000

Darstellungsräume, Darstellungswerte


- Jedes (Einzel-)Medium definiert einen Darstellungsraum (= Menge der möglichen Repräsentationen R).
- Eine konkrete Repräsentation einer Information ist ein Darstellungswert innerhalb des Darstellungsraums.
- Für Perzeptionsmedien:
 - Ein Darstellungsraum richtet sich an einen bestimmten Sinn des Menschen.
- Beispiele:
 - Text: Darstellungsraum = Menge aller möglichen Zeichenfolgen
 - Bild: Darstellungsraum = Menge aller möglichen Belegungen der Wiedergabefläche mit Farbinformationen
 - Sprache: Darstellungsraum = (sehr spezifische und komplexe) Teilmenge der möglichen Verteilungen von Luftdruck über die Zeitachse

Speicherbedarf multimedialer Information

- Bsp. Schrift
 - Laufschrift (8 bit/Zeichen, 40 Zeichen/s): 320 bit/s
- Bsp. Audio-Signale
 - Sprachsignal niedriger Qualität (Mono, 8 bit, 11 kHz): 88 kbit/s
 - CD-Qualität (Stereo, 16 bit, 44,1 kHz): 1,4 Mbit/s
- Bsp. Bilder (9x13cm = 1062x1536 Pixel)
 - Schwarz/weiß (1 bit Farbtiefe): 200 kByte
 - TrueColor (24 bit Farbtiefe): 4,9 MByte
- Bsp. Video (ohne Ton)
 - 720 x 525 Pixel, 25 Bilder/s, 16 bit Farbtiefe: 151,2 Mbit/s
 - 1280 x 720 Pixel, 60 Bilder/s, 24 bit Farbtiefe: 1,32 Gbit/s
- **Kompression** der Information ist extrem wichtig!

Pixel= Bildpunkt

Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
 - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
 - Verlustfrei vs. verlustbehaftet
 - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren
- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
 - Statistische Verfahren:
 - » Huffman-Codierung 
 - » Arithmetische Codierung
 - Zeichenorientierte Verfahren:
 - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
 - » LZW-Codierung

Grundidee zur Huffman-Codierung

- Zeichen größerer Häufigkeit werden durch kürzere Codes repräsentiert
 - vgl. Morse-Code
- Das führt zu einem *Code variabler Wortlänge*:
 - Kein Codewort darf Anfang eines anderen sein (*Fano-Bedingung*)
- In optimalem Code müssen die beiden Symbole der niedrigsten Häufigkeit mit gleicher Länge codiert sein.

"Beweis"-Skizze:

 - Wären die Längen verschieden, könnte man das längere Wort bei der Länge des kürzeren abschneiden
 - » Dann sind die beiden Codes verschieden (sonst wäre Fano-Bedingung vorher verletzt gewesen)
 - » Kein anderes Codewort kann länger sein (da Zeichen niedrigster Wahrscheinlichkeit), also kann die Kürzung nicht die Fano-Bedingung verletzen
 - Dann hätten wir einen neuen Code mit kleinerer durchschnittlicher Wortlänge!

Huffman-Codierung (1)

- Gegeben: Zeichenvorrat und Häufigkeitsverteilung
- Ergebnis: Codierung (optimal, wenn alle Häufigkeiten Kehrwerte von Zweierpotenzen sind)
- Wiederholte Anwendung dieses Schritts auf die Häufigkeitstabelle:
 - Ersetze die beiden Einträge niedrigster Häufigkeit durch einen Codebaum mit zwei Ästen „0“ und „1“ und trage die Summe der Häufigkeiten als Häufigkeit dafür ein.

Zeichen	A	B	C	D
Häufigkeit	0.5	0.25	0.125	0.125

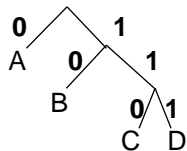
Zeichen	A	B	$\begin{array}{l} 0 \\ \swarrow \\ C \end{array}$	$\begin{array}{l} 1 \\ \searrow \\ D \end{array}$
Häufigkeit	0.5	0.25	0.25	

David Huffman 1951

Huffman-Codierung (2)

Zeichen	A	B	C	D
Häufigkeit	0.5	0.25	0.25	

Zeichen	A	C	D
Häufigkeit	0.5	0.5	



Resultierender
Codebaum

Huffman-Codierung (3)

- Eine Nachricht, die sich an die gegebene Häufigkeitsverteilung hält:
ababacadaabacdba (Länge = 16 Zeichen)
- Codierung mit festen Wortlängen
(z.B. a = 00, b = 01, c = 10, d = 11)
Länge 32 bit
- Huffman-Codierung
(a = 0, b = 10, c = 110, d = 111)
0100100110011100100110111100
Länge 27 bit (d.h. ca. 16% Reduktion)

Experiment: Huffman-Kompression von Bildern

- Grautonbild, 256 x 256 Pixel, 8 bit (d.h. 265 Graustufen)
- Unkomprimiert: 65.536 Bytes
- Mit Huffman kodiert: 40.543 Bytes ca. 38% Reduktion
- Einfacher "Zusatztrick":
 - *Differenz* zwischen benachbarten Pixeln speichern und Huffman dann anwenden
33.880 Bytes ca. 51% Reduktion
 - Keine universelle Kompression mehr, sondern speziell für Pixelbilder
 - Solche "semantischen Kodierungen" siehe später!