

# **Computergraphik 1**

## **2. Teil: Bildverarbeitung**

Bildverbesserung

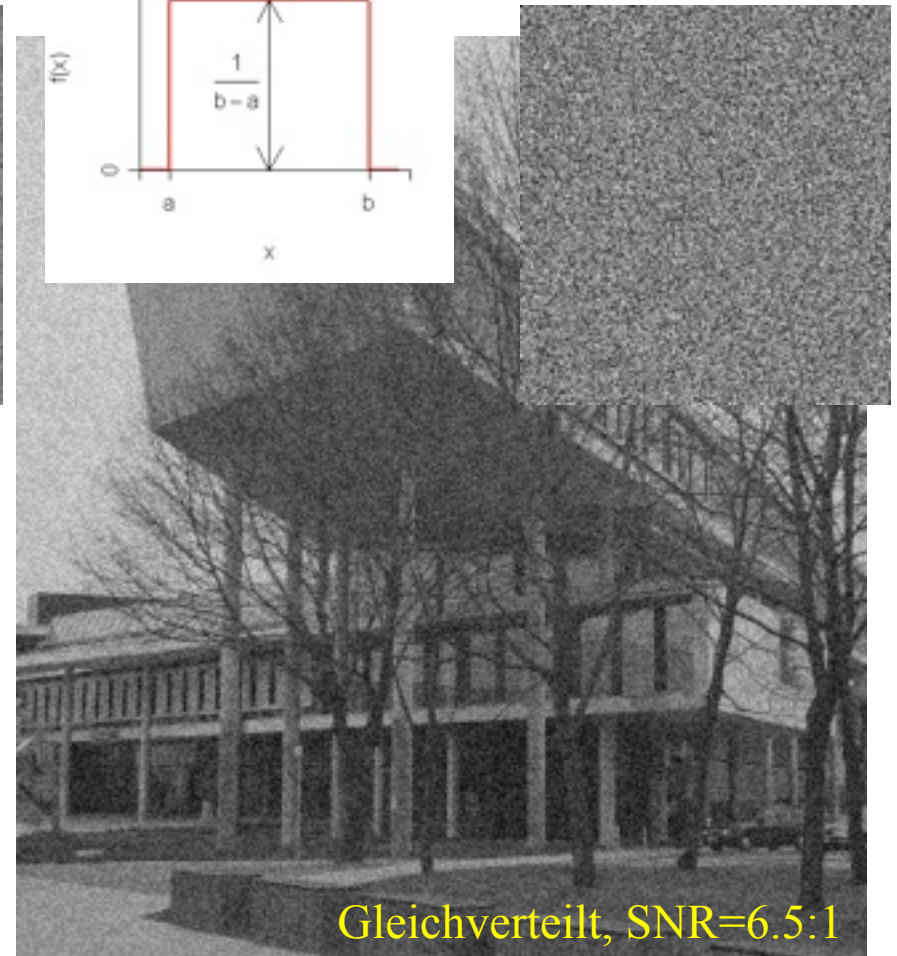
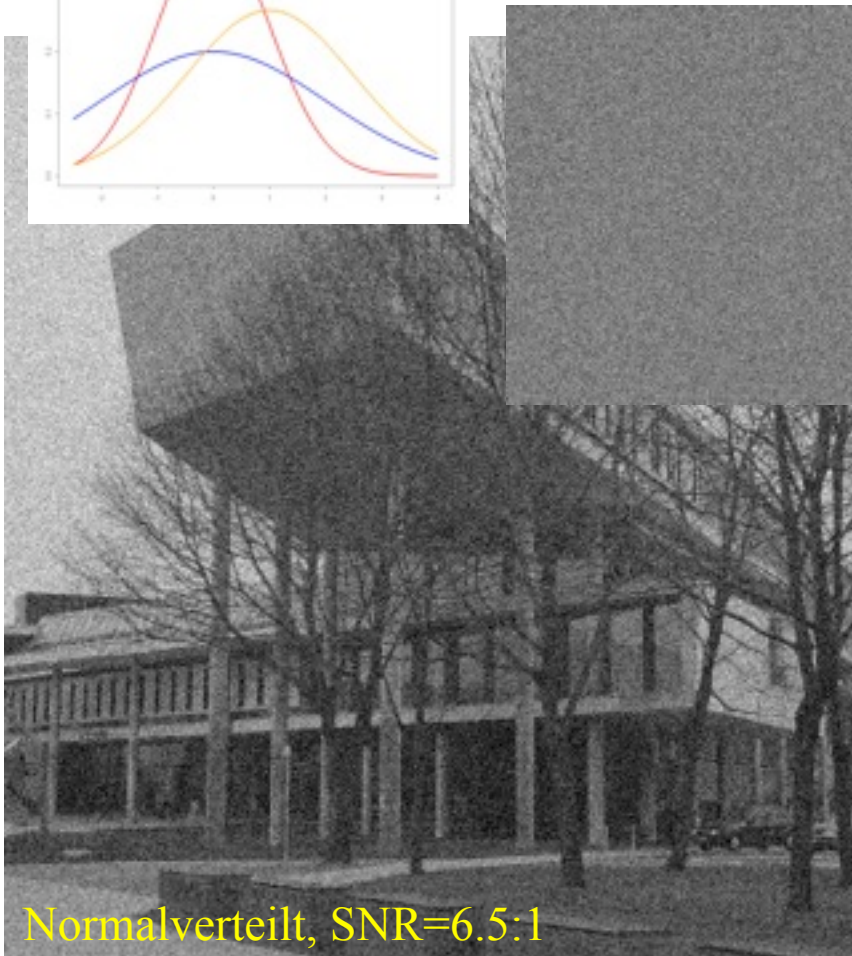
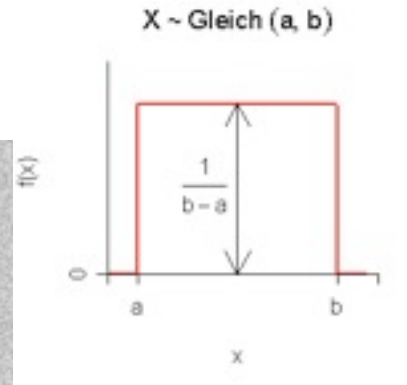
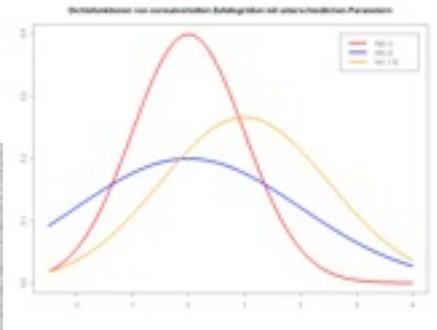
# Themen jetzt gleich

- Rauschen, Entropie
- Bildverbesserung
  - Punktbasiert
  - Flächenbasiert
  - Kantenbasiert

# Was ist Rauschen?

- Rauschen  $n(m,n)$  ist eine nicht-wiederholbare Veränderung der Bildfunktion.
- Unkorreliertes Rauschen:  
Additiv –  $g(m,n)=f(m,n)+n(m,n)$
- Ursache: z.B. Quantenrauschen
- Charakterisierung von  $n$ :
  - Beschreibbar über eine Verteilungsfunktion:
    - Gleichverteilung
    - Normalverteilung
  - Erwartungswert  $E(n)=0$

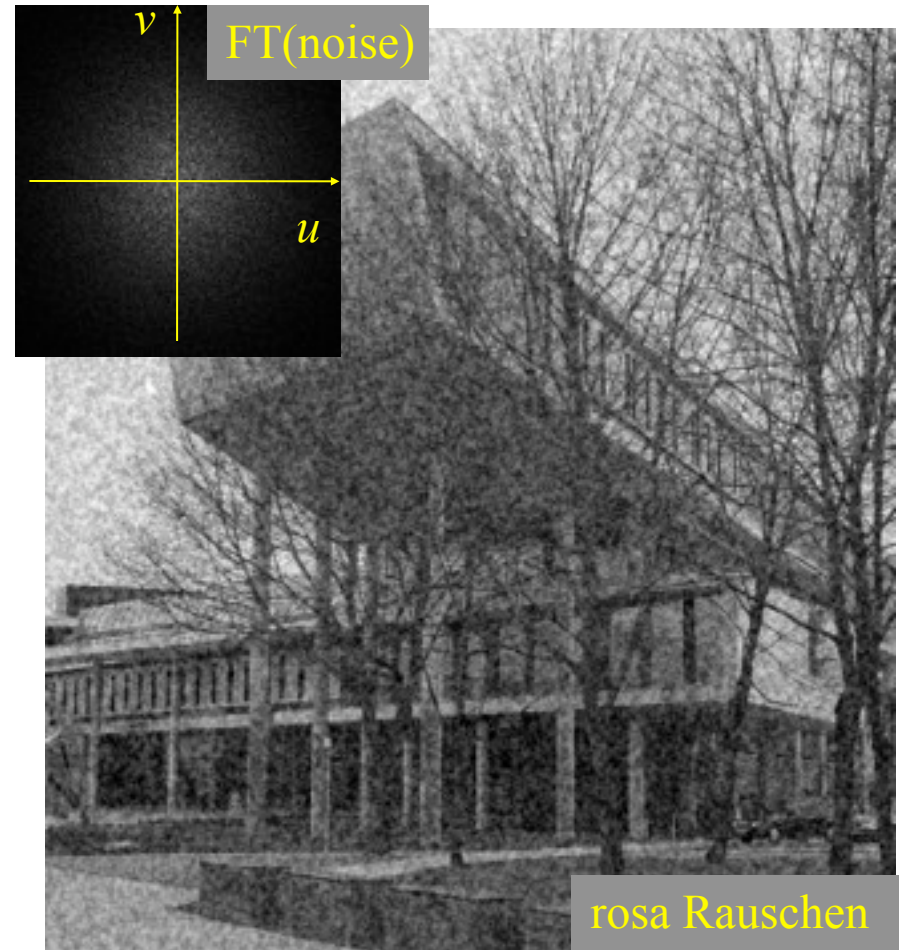
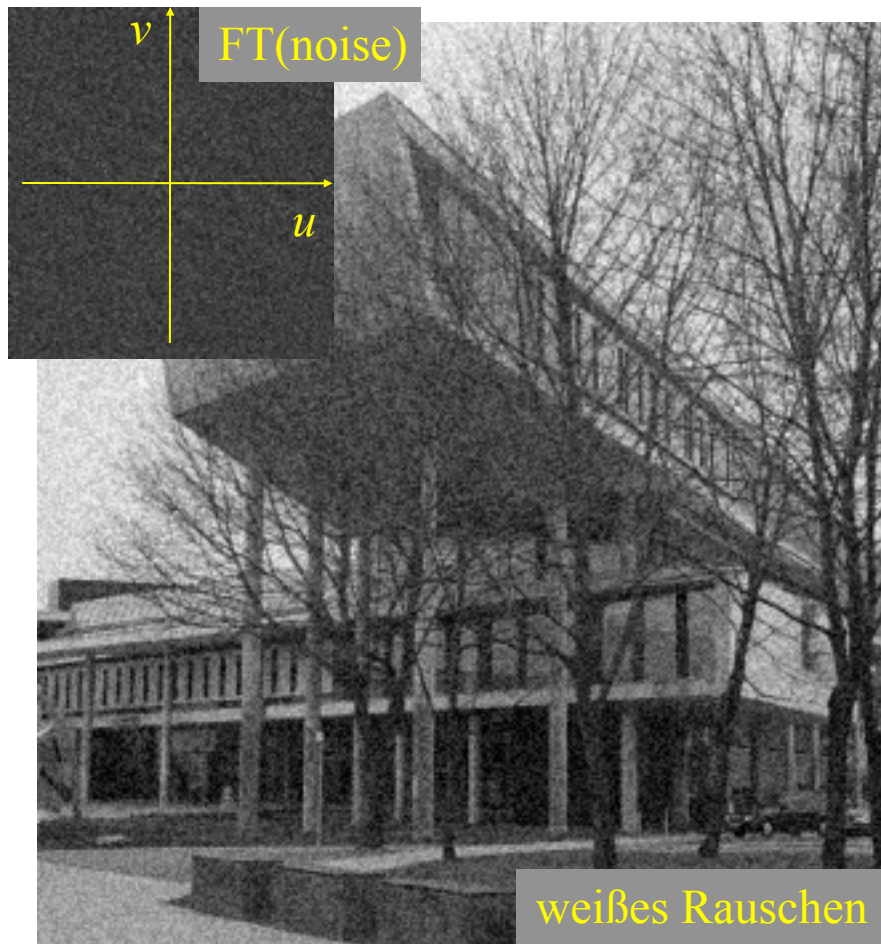
# Normalverteilung vs. Gleichverteilung



# Beschreibung von Rauschen

- Charakterisierung im Frequenzbereich, z.B.
  - Weißes Rauschen: Alle Frequenzen mit gleicher Amplitude.
  - Rosa Rauschen: Amplitude im niederfrequenten Bereich höher.
  - Farbigen Rauschen: Variierende Amplitude.
- Signal-Rausch-Verhältnis  
(**SNR**: Signal-to-Noise-Ratio)
  - $SNR_{\max} = \max_{m,n}[f(m,n)] / \text{avg}[n(m,n)]$
  - $SNR_{\emptyset} = \text{avg}[f(m,n)] / \text{avg}[n(m,n)]$ .
  - SNR kann auch objektabhängig bestimmt werden

# Weißes vs. Rosa Rauschen



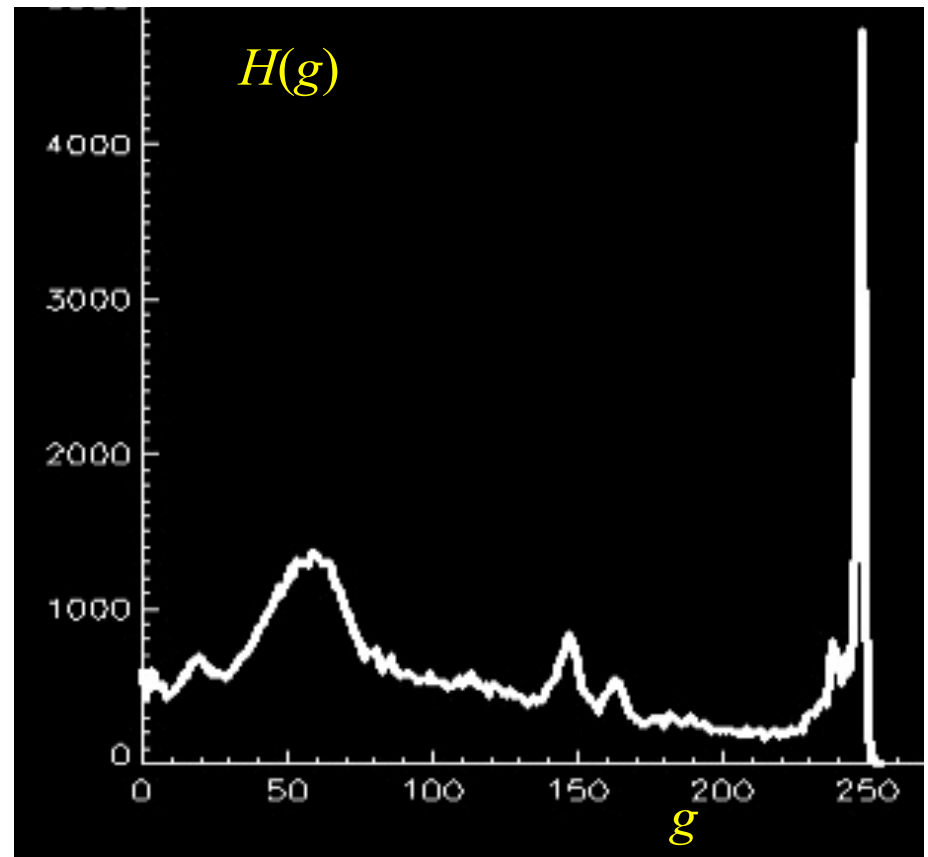
# Impulsrauschen

- Einzelne Pixel sind gestört.
- Störung ist maximal (d.h. Pixel ist entweder schwarz oder weiß; Salt-and-Pepper-Noise)



# Histogramm

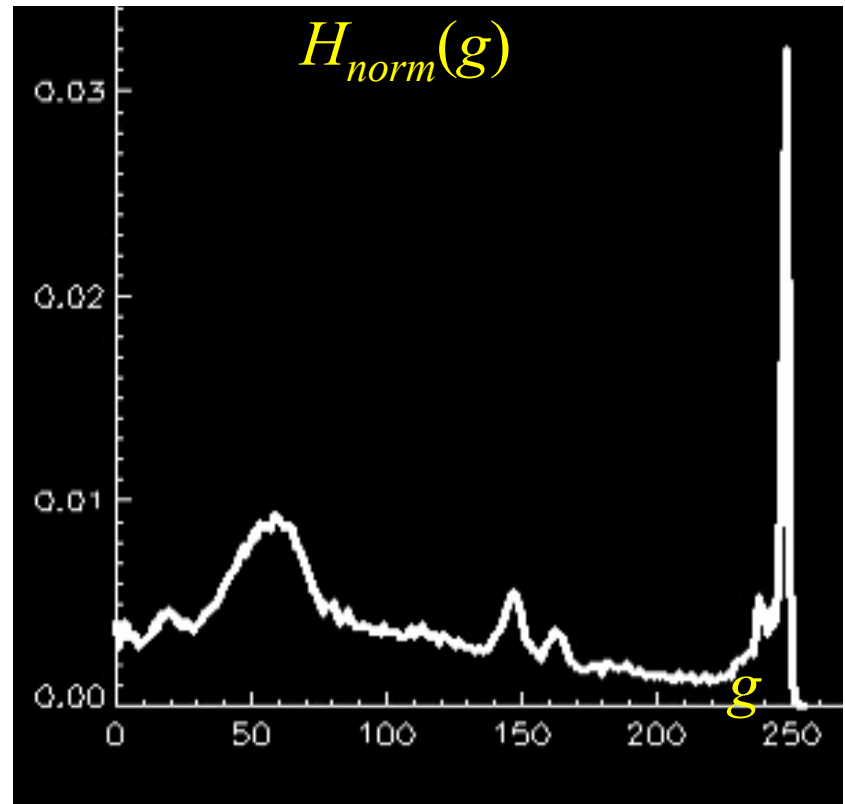
Häufigkeit  $H(g)$  der Grauwerte  $g=\{0,1,\dots,N-1\}$  in einem Bild.





# Normiertes Histogramm

- Normierung nach Anzahl der Pixel eines Bildes (Größe  $M \times N$ ):  
$$H_{norm}(g) = H(g) / (M \cdot N)$$
- Ein normiertes Histogramm gibt für jeden Grauwert  $g$  die Wahrscheinlichkeit an, dass ein beliebiges Pixel diesen Grauwert hat.



# Informationsgehalt

Messbare Einheit von Information mit intuitiver Bedeutung.

**1. Ansatz:** Information  $I(E)$  eines Grauwerts  $E$  ist umso höher, je größer die Gesamtanzahl  $N$  der verwendeten Grauwerte ist:

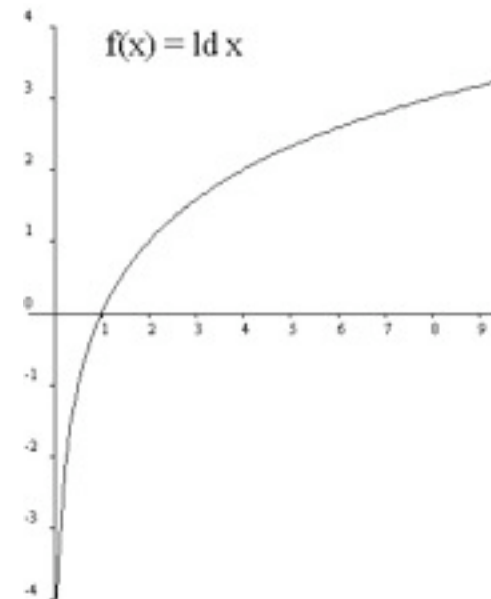
- $I_N(E) = N$ .
- Informationsgehalt ist unabhängig davon, welcher Grauwert aus der Liste  $E = \{E_0, E_1, \dots, E_{N-1}\}$  übermittelt wurde.
- Für  $m$ -wertige Symbole kann eine Informationseinheit für einen Grauwert als  $\log_m I_N(E)$  definiert werden.
- Beispiel:
  - Anzahl der Grauwerte: 256
  - Informationsgehalt jedes Grauwerts: 256
  - Symbol: Bit (2-wertig)
  - Informationseinheit:  $\log_2 256 = 8$

# Informationsgehalt

- **Nachteil:** Informationsgehalt eines häufig vorkommenden Grauwerts ist genauso groß wie die eines selten vorkommenden Werts.
- Information  $I(E)$  eines Pixelwerts  $E$  unter **Berücksichtigung der Häufigkeit** von  $E$ :
  - Umgekehrt proportional zur Wahrscheinlichkeit  $P(E)$  des Eintreffens.
  - Logarithmus zur Basis  $n$  ( $n$  – Wertigkeit der Informationseinheit)

$$I(E) = \log_n 1/P(E) = -\log_n P(E)$$

- Zur Repräsentation der Information  $I(E)$  werden  $I(E)$  Informationseinheiten benötigt.
- Beispiel für Bits:
  - Wahrscheinlichkeit für Eintreffen von  $E$  sei 0.5
  - $I(E) = \log_2 2 = 1$ .



# Informationsgehalt einer Pixelfolge

- Grauwertbereich  $\{g_0, g_1, \dots, g_{N-1}\}$
- Wahrscheinlichkeiten  $\{P(g_0), \dots, P(g_{N-1})\}$
- Informationsgehalt einer Folge der Länge  $k$  – Wahrscheinlichkeit des Auftretens gewichtet mit Informationsgehalt:

$$\begin{aligned} & -k \times P(g_0) \times \log_2 P(g_0) - k \times P(g_1) \times \log_2 P(g_1) - k \times P(g_2) \times \log_2 P(g_2) \dots \\ & = -k \sum_{i=0}^{N-1} P(g_i) \times \log_2 P(g_i) \end{aligned}$$

- Durchschnittlicher Informationsgehalt = **Entropie**:

$$Entropie(P) = - \sum_{i=0}^{N-1} P(g_i) \times \log_2 P(g_i)$$

- Das normierte Histogramm kann als Schätzung für  $P$  verwendet werden.

# Bildverbesserung

- Verbesserung von Bildeigenschaften zur **besseren Wahrnehmbarkeit** oder zur **Vorbereitung von Analyseschritten**.
- Bildeigenschaften:
  - Signal-Rausch-Verhältnis
  - Kontrast
  - Informationsgehalt
- Punktbasierte Methoden
- Flächenbasierte Methoden

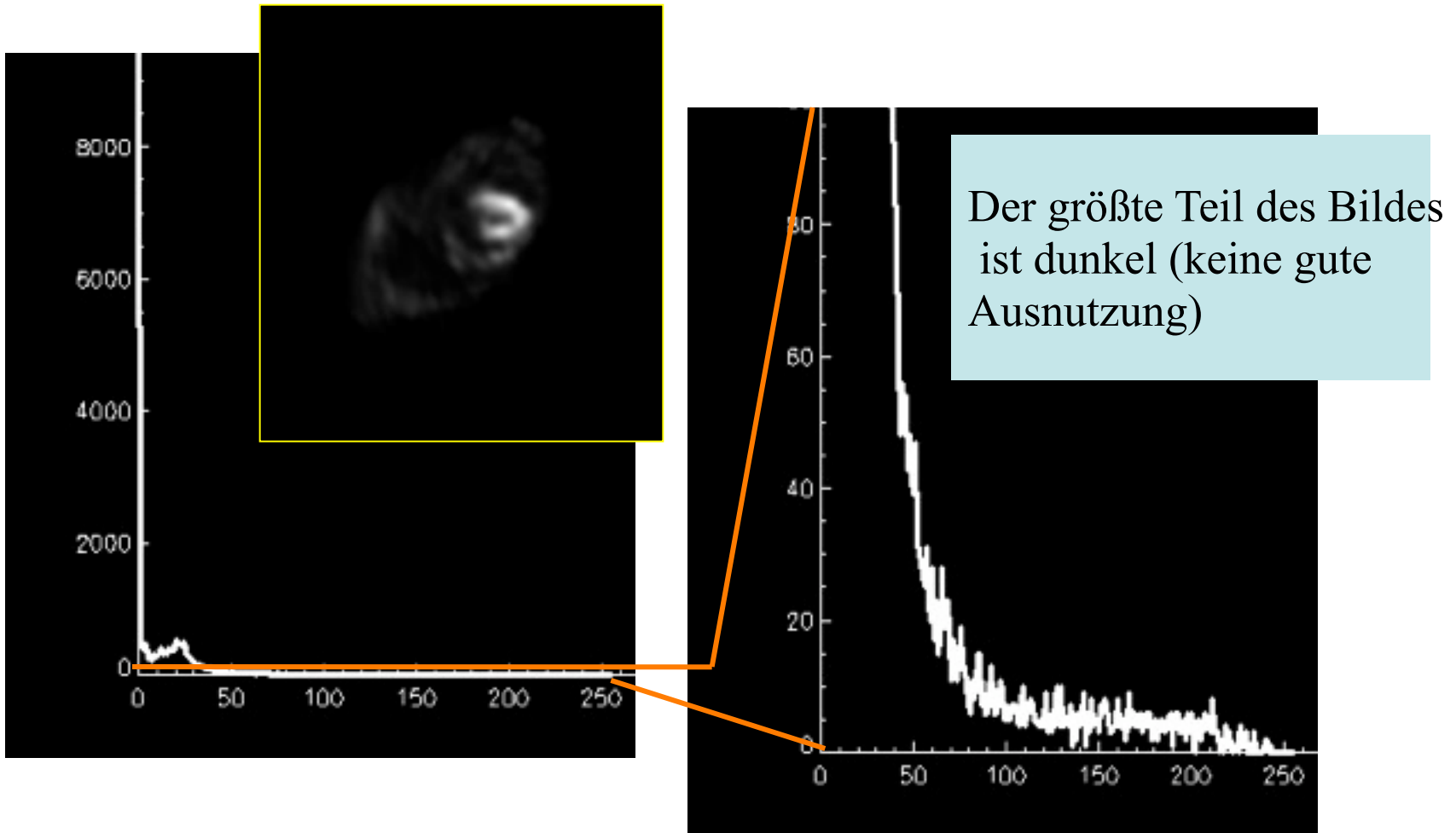


Welches Bild ist besser?  
Warum?  
Wie ist das messbar?

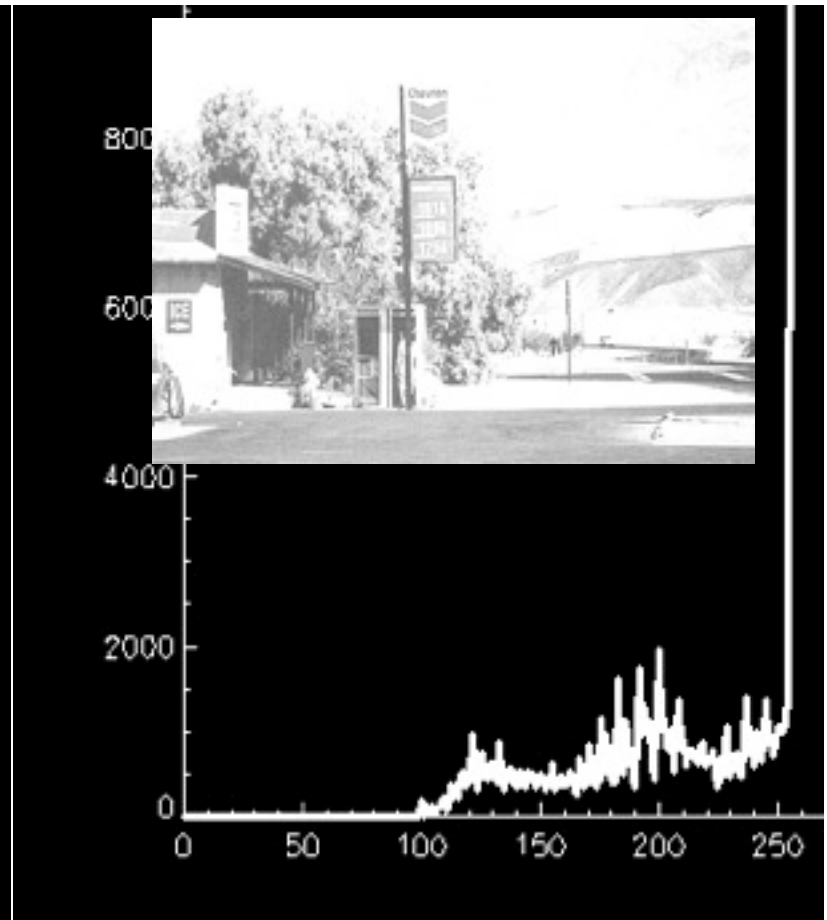
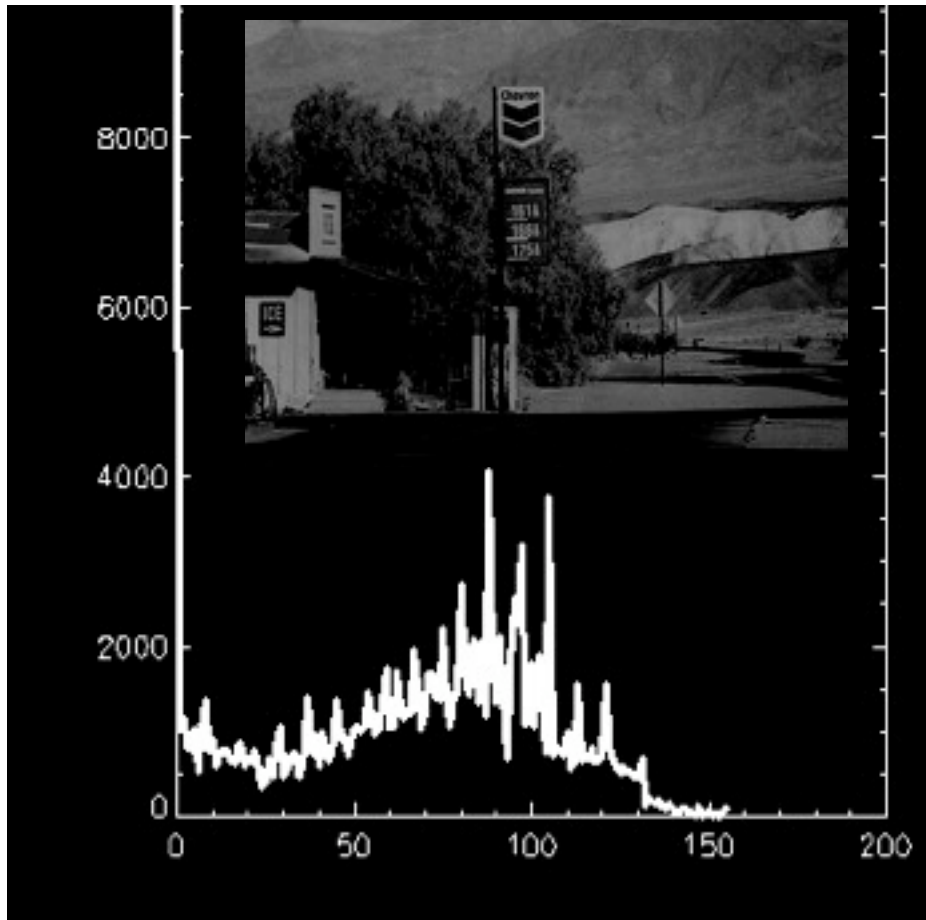
# Pixelbasierte Bildverbesserung

- Abbildung der Grau-/Farbwerte unabhängig von ihrem Ort oder ihrer Zuordnung
  - innerhalb der Grau- bzw. Farbwerte:  $g_{neu} = f(g)$  oder  $[r_{neu}, g_{neu}, b_{neu}] = [f(r), f(g), f(b)]$
  - von Grauwerten in Farbwerte (Falschfarbdarstellung):  $[r_{neu}, g_{neu}, b_{neu}] = [f_1(g), f_2(g), f_3(g)]$
- Qualitätsmerkmal: globaler/lokaler Kontrast, Entropie
- Methoden
  - Monotone Abbildung der Grauwerte
  - Nichtmonotone Grauwertabbildung
  - Falschfarbdarstellung

# Nutzung des Grauwertspektrums



# Unter-/Überbelichtung





# Kontrast

- **Globaler Kontrast:** Größter Grauwertunterschied im Bild

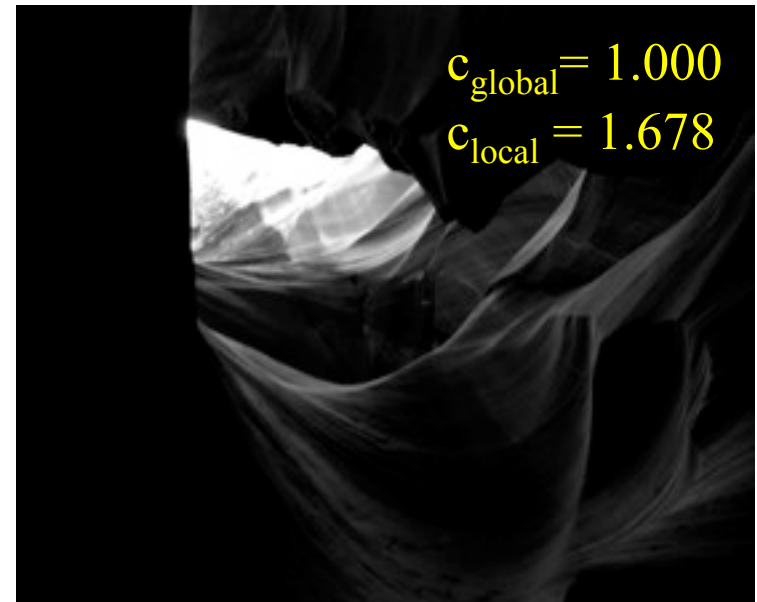
$$c_{\text{global}}(f) = [\max_{m,n}(f(m,n)) - \min_{m,n}(f(m,n))] / g_{\text{range}}$$

mit  $g_{\text{range}}$  - Grauwertbereich

- **Lokaler Kontrast:** z.B. durchschnittlicher Grauwertunterschied zwischen benachbarten Pixeln

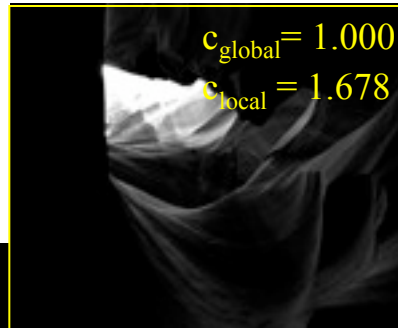
$$c_{\text{local}}(f) = 1/MN \sum_m \sum_n |f(m,n) - f_{nb}(m,n)|$$

mit  $f_{nb}(m,n)$  – durchschnittlicher Grauwert in der Umgebung von  $(m,n)$ .



# Globaler / Lokaler Kontrast

$$c_{\text{global}} = 0.500$$
$$c_{\text{local}} = 0.839$$



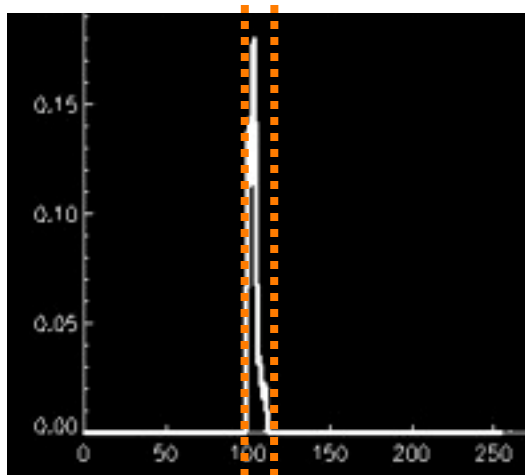
$$c_{\text{global}} = 1.000$$
$$c_{\text{local}} = 4.580$$



# Maximierung des globalen Kontrasts

- Kontrastumfang  $g_{max} - g_{min}$  im Verhältnis zum maximalen Wertebereich  $w_{min} \dots w_{max}$  (z.B. 0...255) ist Skalierungsfaktor.
- Transferfunktion

$$g'(g) = (g - g_{min}) \times \frac{w_{max} - w_{min}}{g_{max} - g_{min}}$$



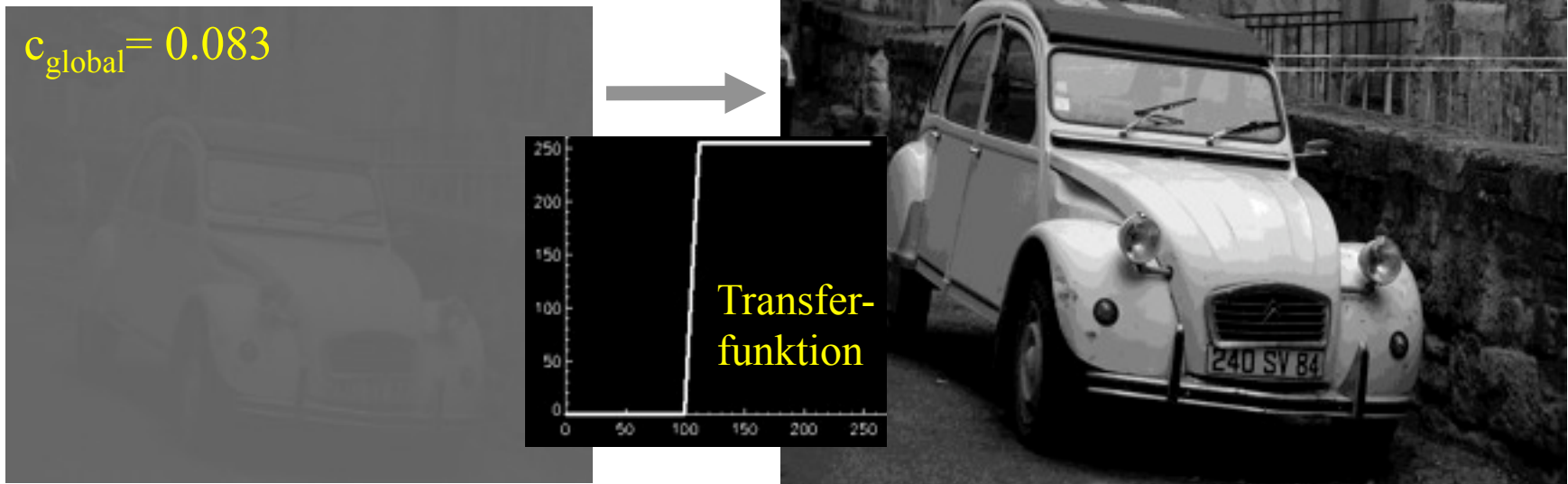
←  
Histogramm



# Maximierung des globalen Kontrasts

$$g'(g) = (g - g_{\min}) \times \frac{w_{\max} - w_{\min}}{g_{\max} - g_{\min}}, \quad g_{\min} = 100, g_{\max} = 112, w_{\min} = 0, w_{\max} = 255$$

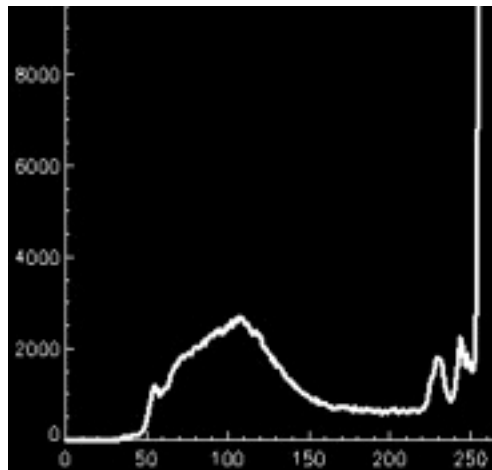
$$g'(g) = (g - 100) \times \frac{255}{12}$$



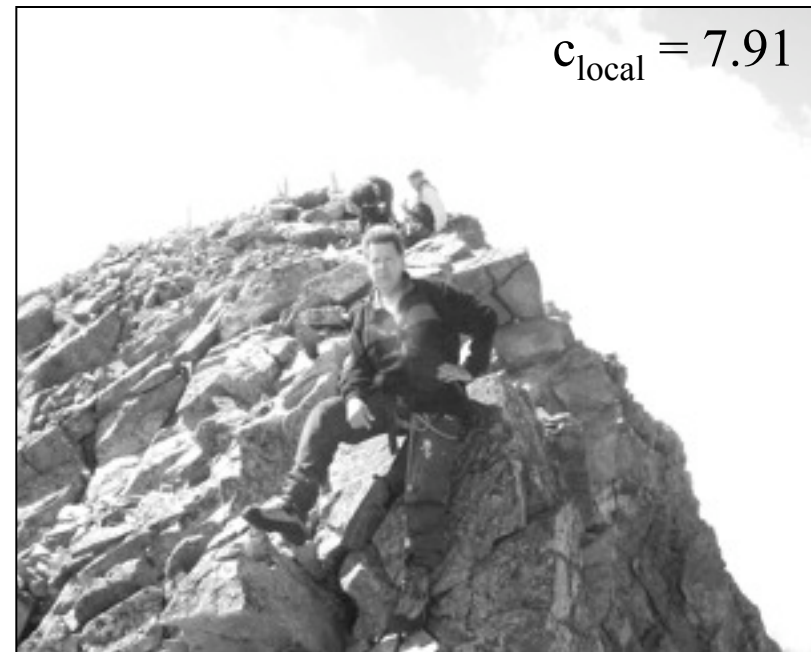
# Verbesserung des lokalen Kontrasts

- Bild ist zu hell (zu dunkel), aber Grauwertbereich ist nahezu ausgenutzt.
- Nichtlineare, monotone Transferfunktion, z.B. Gammakorrektur:

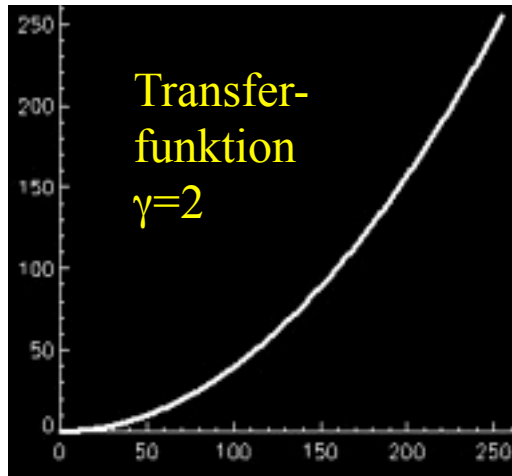
$$g'(g) = w_{\max} \times \left( \frac{g}{w_{\max}} \right)^\gamma$$



←  
Histogramm

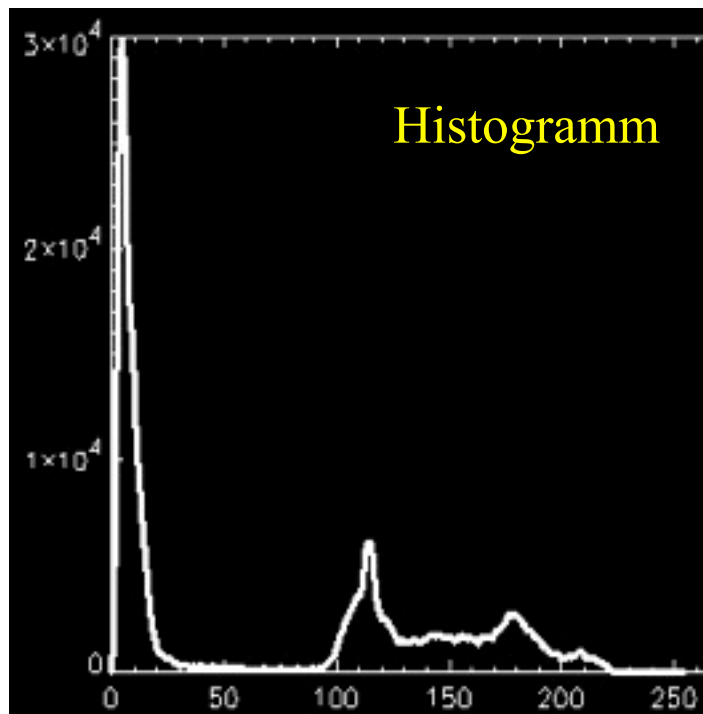


# Verbesserung des lokalen Kontrasts

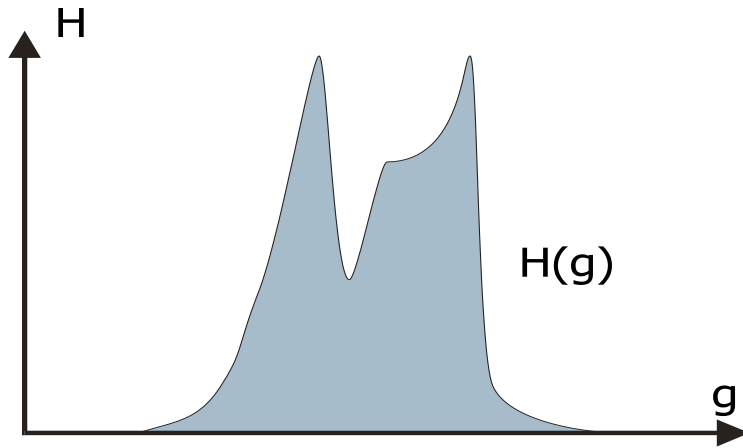


# Maximierung des Informationsgehalts

- Gibt es eine „optimale“ Korrektur?
- Optimal = maximaler Informationsgehalt

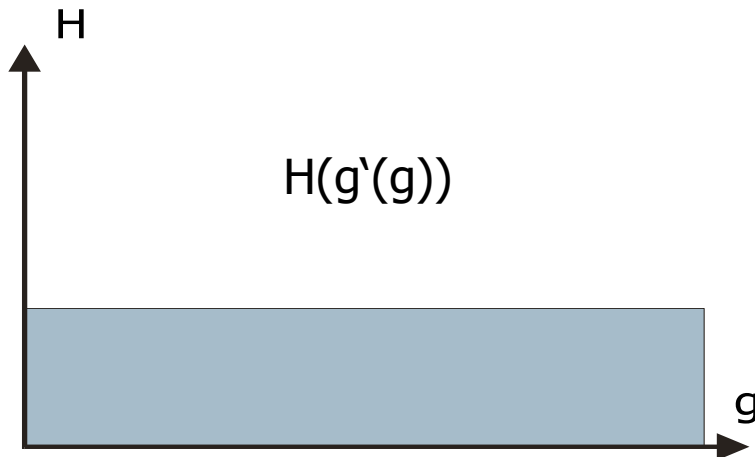


# Maximaler Informationsgehalt



Entropie ist maximal, falls  $P(g_i)=\text{const}$  für  
 $i=0, N-1$

gesucht: Histogrammtransformation  $g'(g)$   
zur Maximierung der Entropie



Annahme:

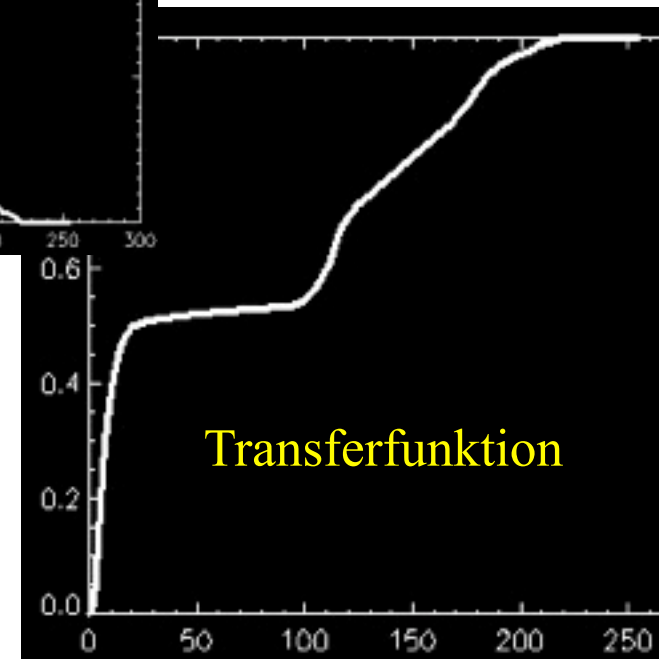
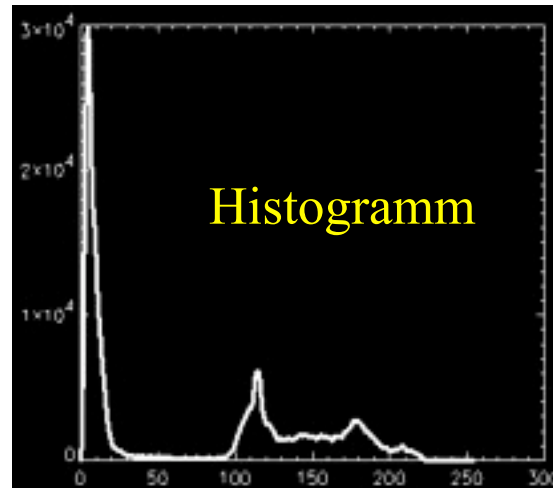
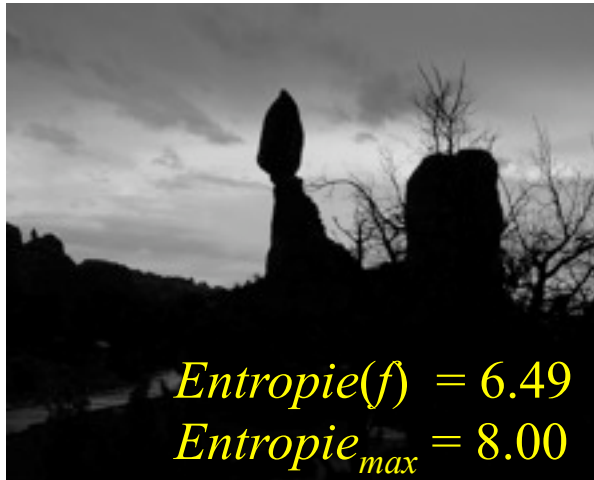
$H(g)$  ist normiert und kontinuierlich, d.h.,  $\int H(g)=1$ .

Dann existiert die folgende Transferfunktion  $g'$ :

$$g'(g) = \int_{0..g} H(w) dw$$



# Beispiel



**Aber:** was ist, falls  $g'(g) \cdot (N-1)$  keine ganze Zahl ist?

# Histogrammlinearisierung

Transferfunktion für ein diskretes Histogramm:

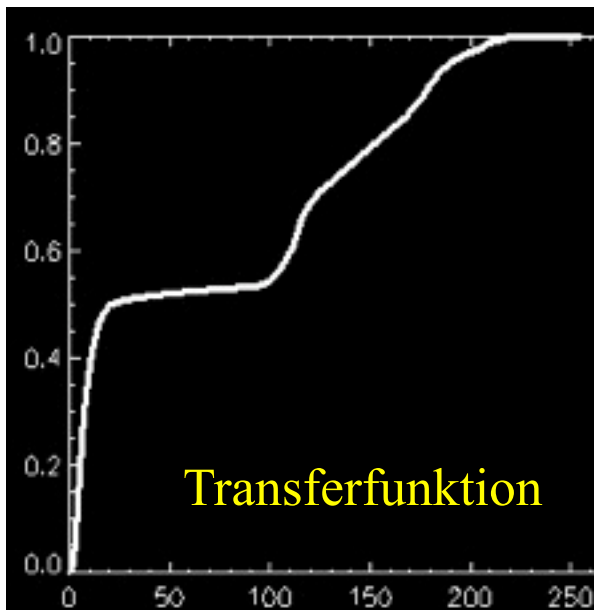
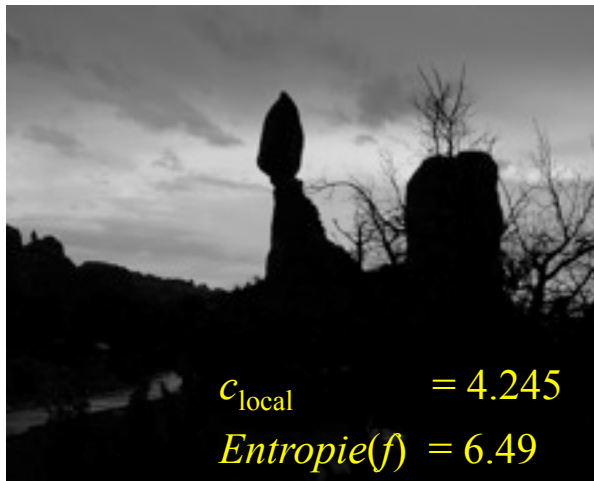
$$E[H(g)] = \lceil N_g \cdot \sum_{w=0\dots g} H(w) \rceil^{-1}, \text{ mit: } N_g - \text{Anzahl der Grauwerte.}$$

Beispiel:

Grauwert	0	1	2	3	4	5	6	7
Häufigkeit	50	150	350	250	100	60	30	10
H(g)	0.05	0.15	0.35	0.25	0.10	0.06	0.03	0.01
kumulativ	0.05	0.20	0.55	0.80	0.90	0.96	0.99	1.00
Grauwert	0.4	1.6	4.4	6.4	7.2	7.68	7.92	8.00
aufgerundet	1	2	5	7	8	8	8	8
$\lceil \cdot \rceil - 1$	0	1	4	6	7	7	7	7

Keine **Linearisierung**, sondern von der Häufigkeit abhängige **Spreizung**.

# Beispiel



Warum wurde die Entropie kleiner?

# Beispiel

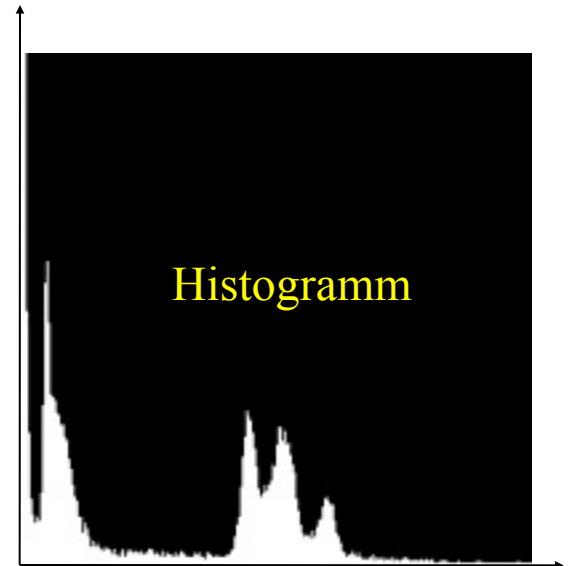


Das geht auch in Farbe.  
Farbkanäle werden un-  
abhängig voneinander  
behandelt.

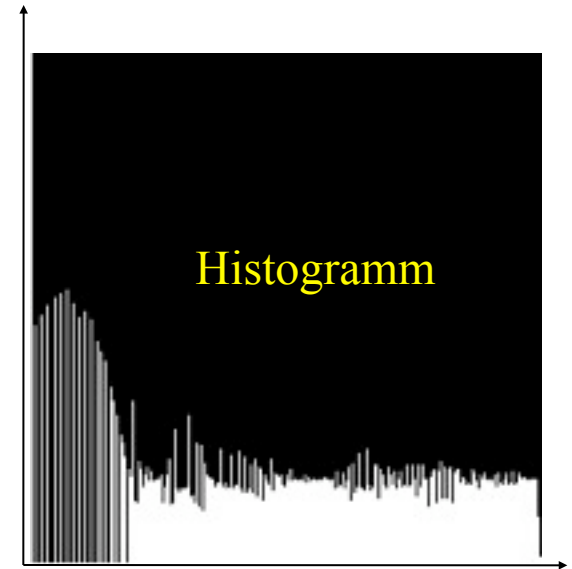
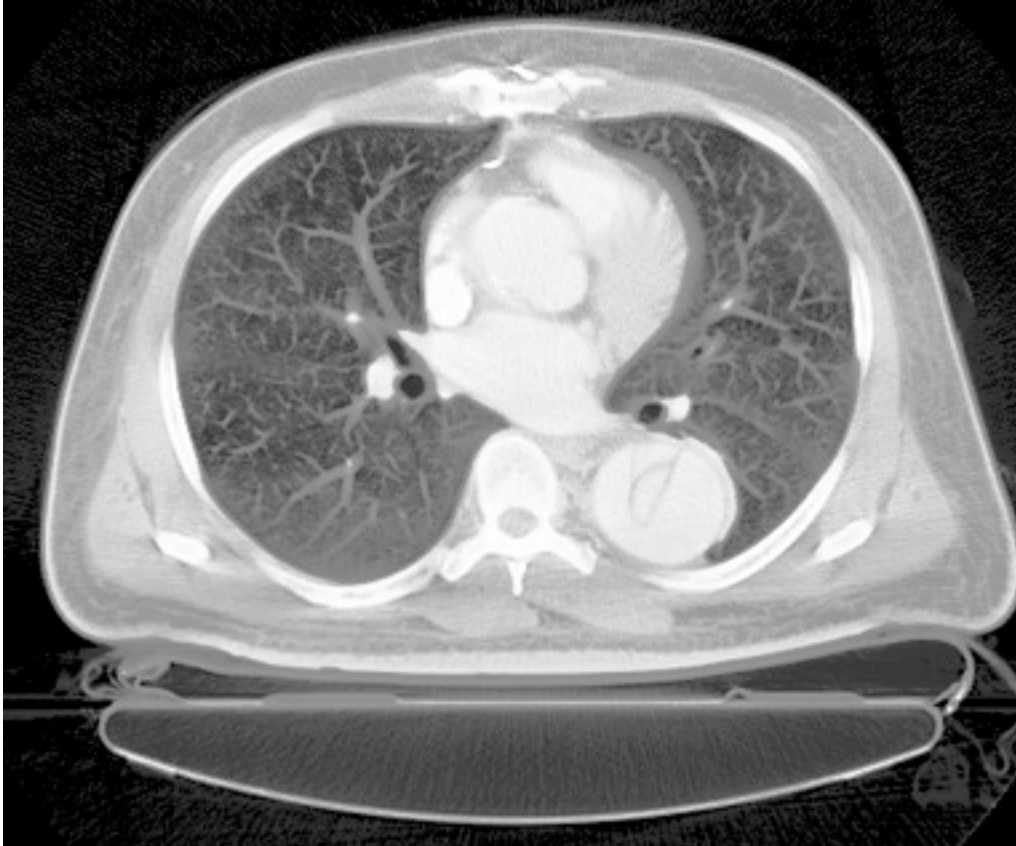
(Ist das eine gute Idee?)



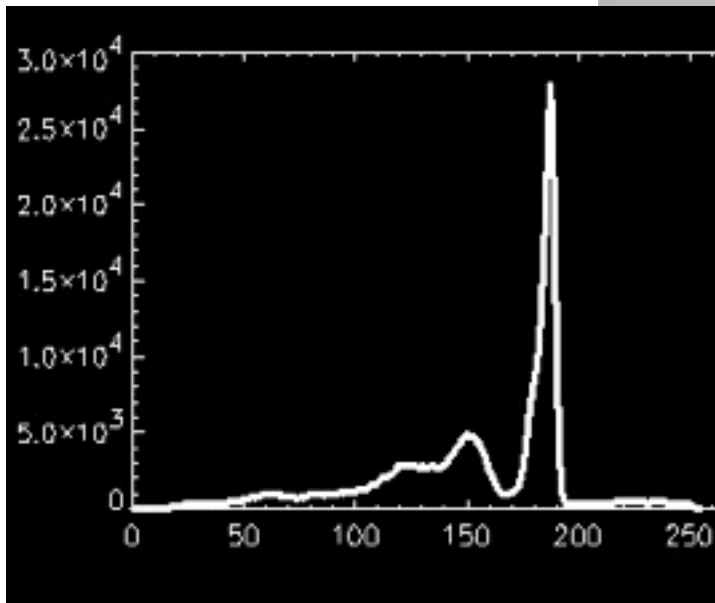
# Histogrammlinearisierung



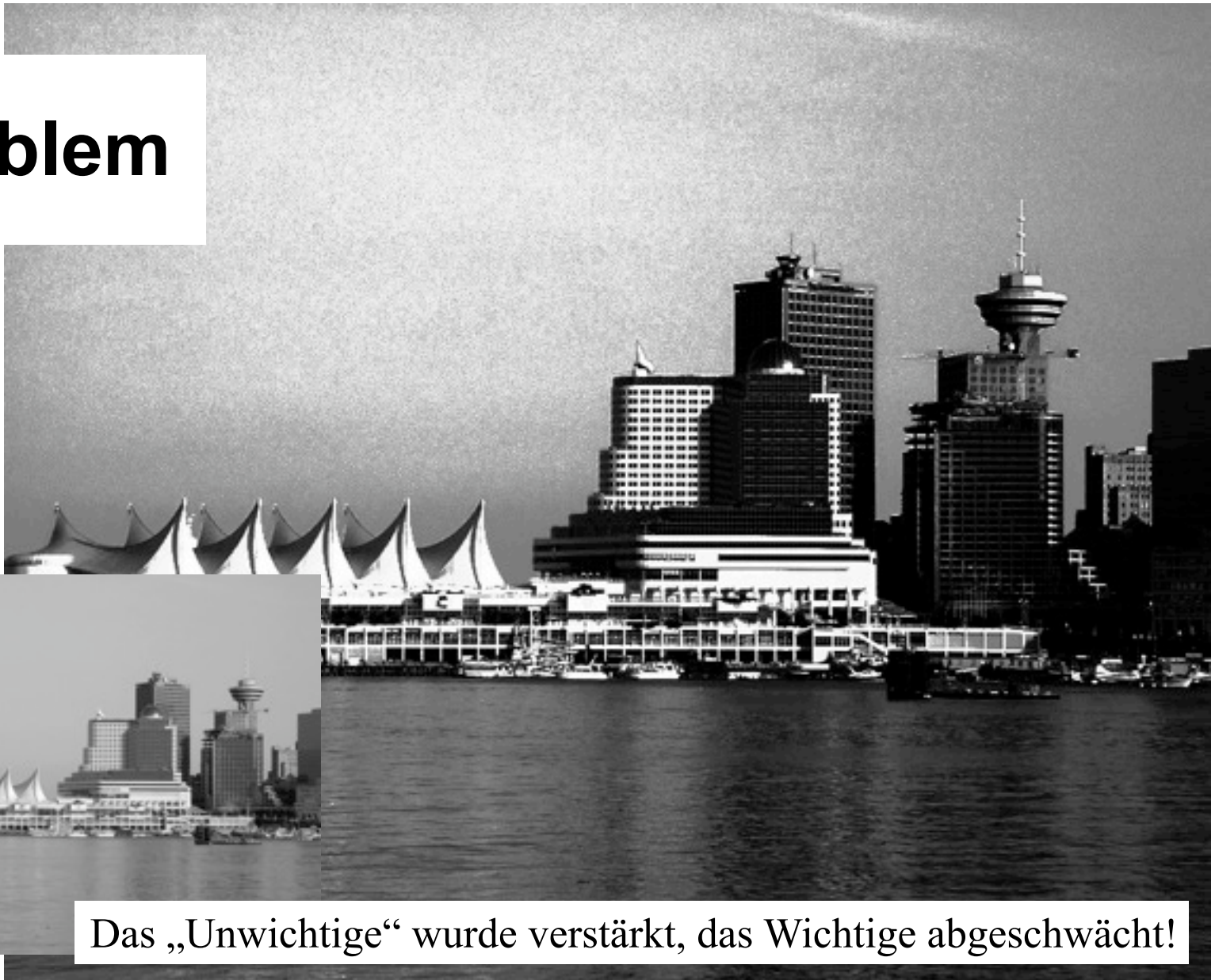
# Histogrammlinearisierung



# Problem



# Problem

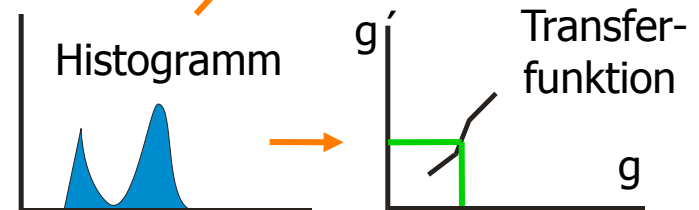
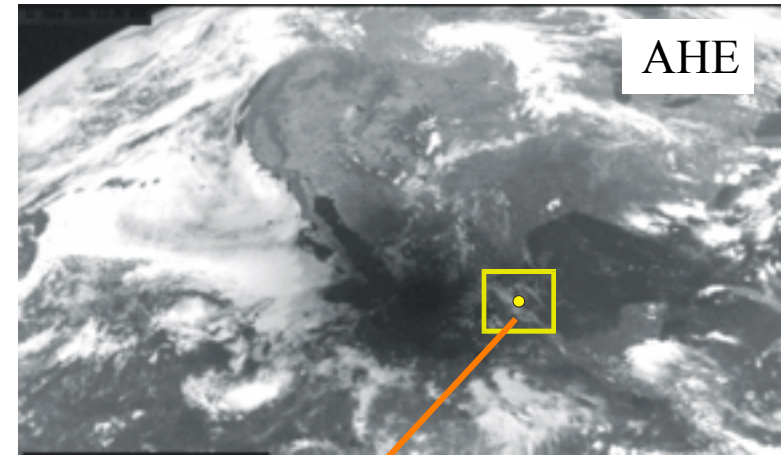


Das „Unwichtige“ wurde verstärkt, das Wichtige abgeschwächt!



# Histogrammlinearisation - Varianten

- Adaptive Histogram Equalisation (AHE)
  - Histogramm wird an jedem Punkt für eine vorgegebene Umgebung erstellt.
  - Linearisierung nach diesem Histogramm
  - Nur der Grauwert des betreffenden Punkts wird modifiziert
- Contrast Limited Adaptive Histogram Equalisation (CLAHE):
  - wie AHE, aber Kontrastverstärkung nur bis zu einem gewissen Maximum.
  - verhindert die bei AHE vorkommende Kontrastverstärkung im Bildhintergrund.



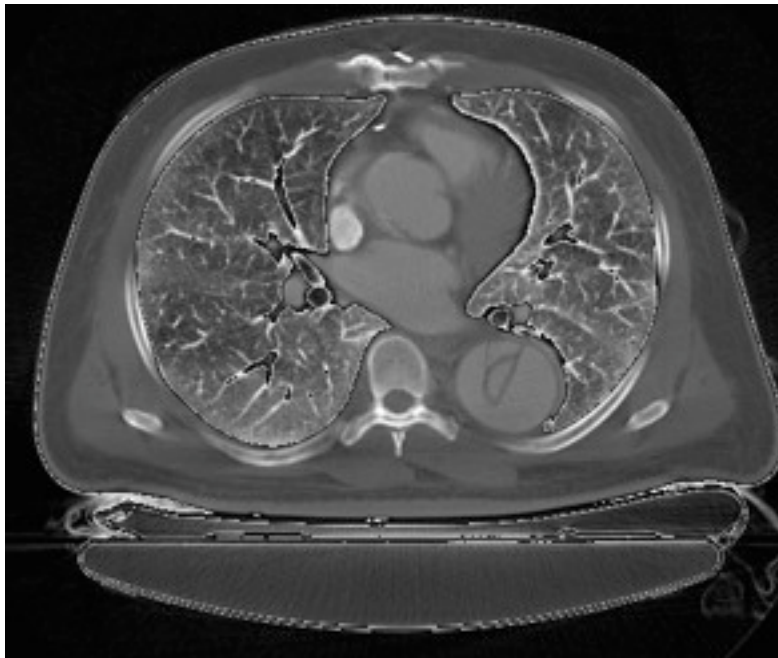
# Adaptive Histogrammlinearisierung



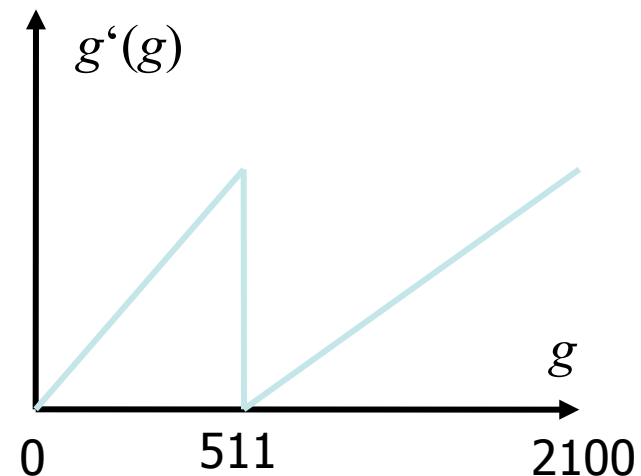
# Kontrastlimitierte AHE



# Nichtmonotone Grauwertabbildung

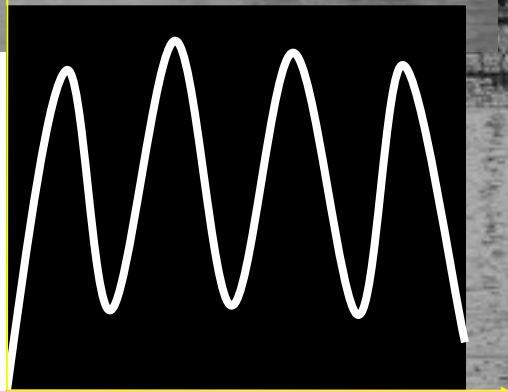
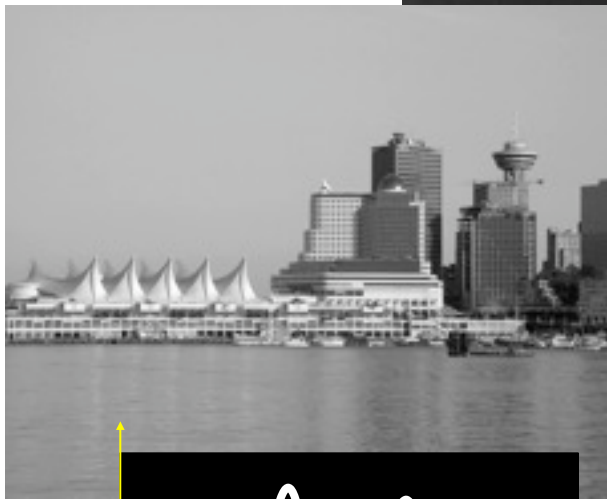


Zwei Grauwertfenster in einem Bild.



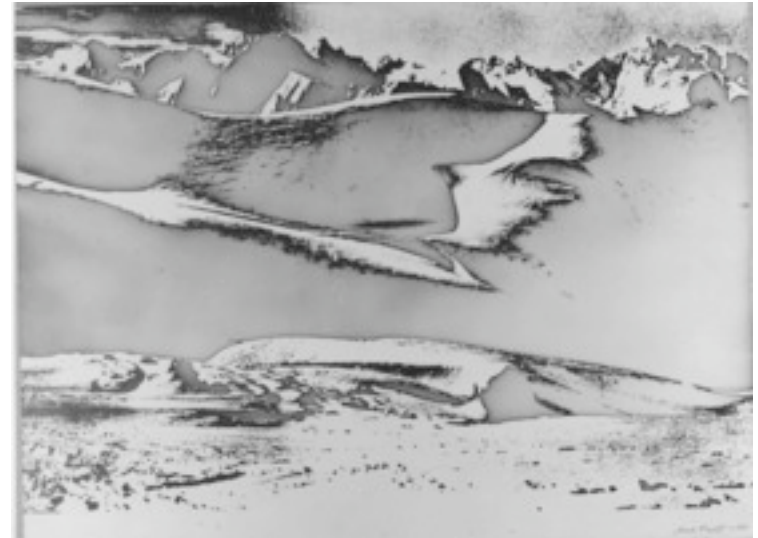
- Erzeugt künstliche Kanten.
- Grenzen von Maxima der Transferfunktion nicht immer erkennbar.

# Beispiel



Eine Zuordnung zwischen Helligkeit und ursprünglichem Grauwert ist nicht mehr herstellbar.

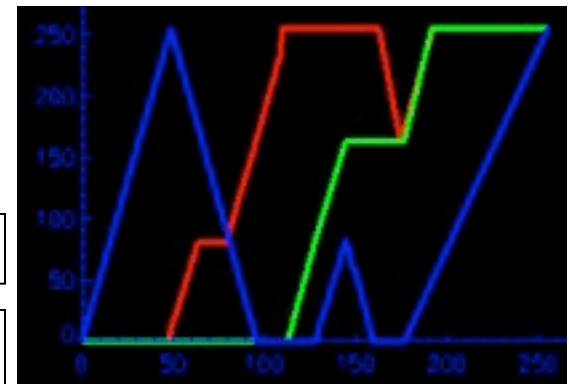
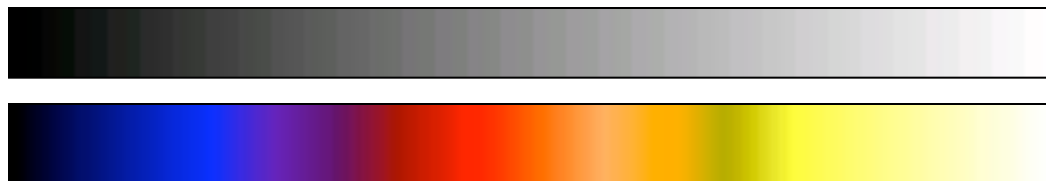
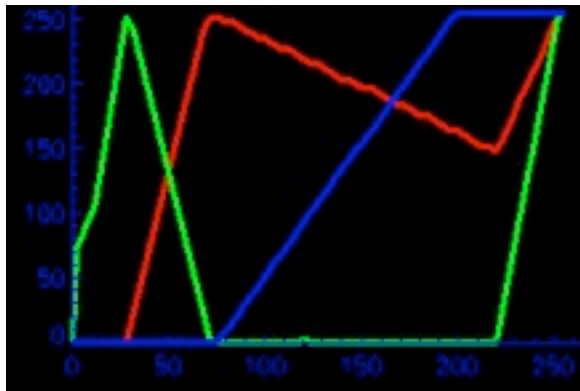
# Analoge Variante: Solarisation



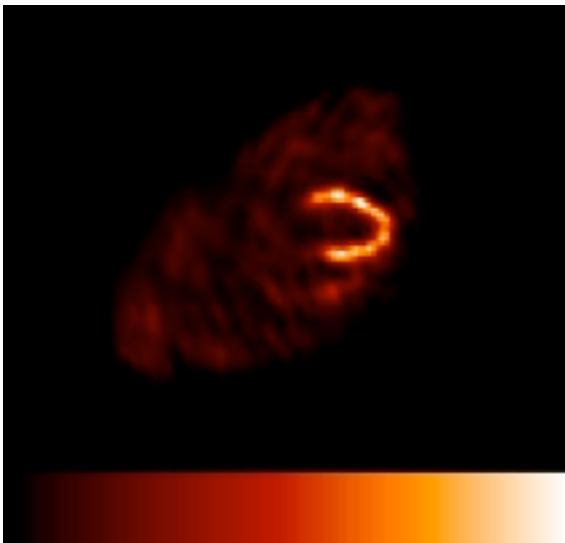
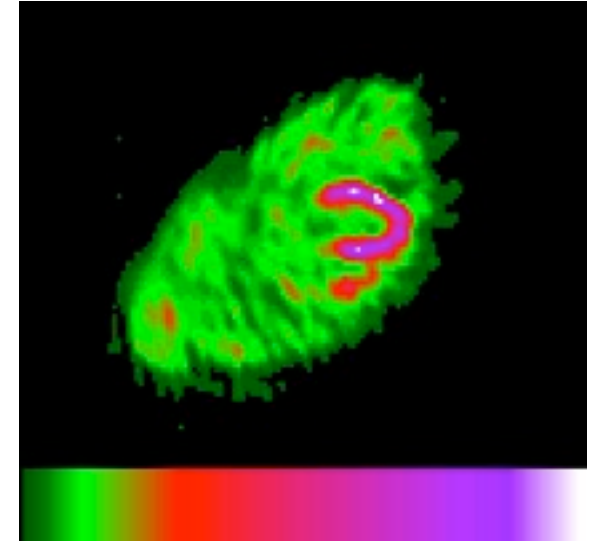
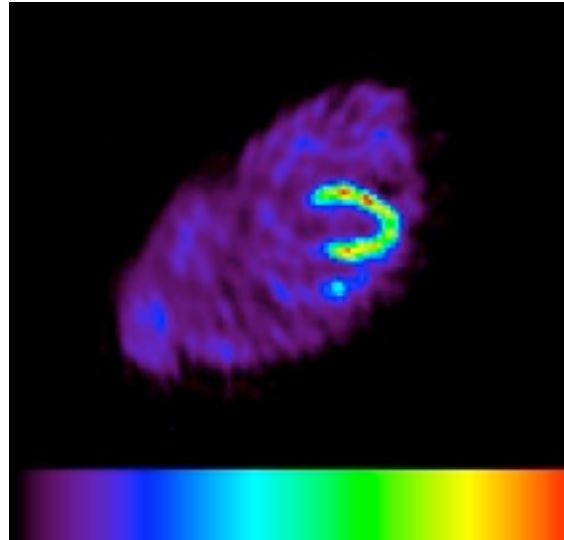
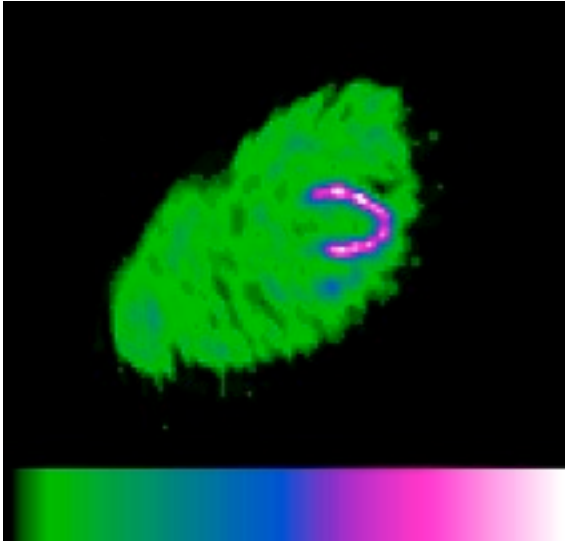
- Lange bekannter chemischer Effekt bei der Negativ- oder Positiventwicklung
- Entsteht durch zus. Belichtung während der Entwicklung
  - z.B.: jemand betritt unangemeldet die Dunkelkammer
- Bewirkt nichtmonotone Schwärzungskurve
- Schwer zu steuern in der analogen Photographie
- Fotos oben von 1938, 1950 <http://www.bsz-bw.de/eu/hoepfner-schoffers/>

# Farbe zur Kontrastverstärkung

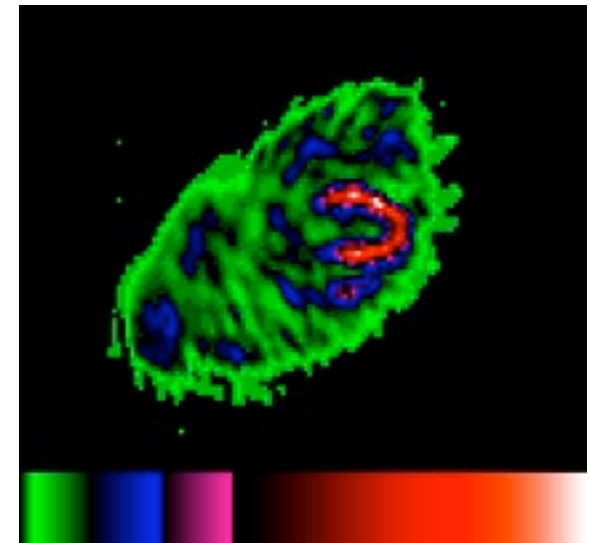
- Es können wesentlich mehr Farb- als Grauwerte unterschieden werden.
- Kontrastverstärkung durch drei nicht-lineare, nicht-monotone Abbildungsfunktionen der Grauwerte:  $red_i(g)$ ,  $green_i(g)$   $blue_i(g)$



# Beispiel

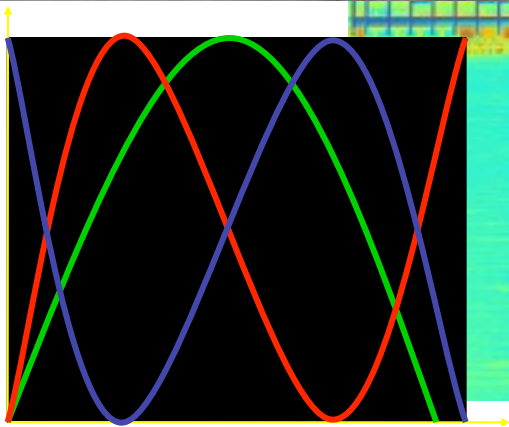


**Achtung:**  
Nichtlineare  
Transformationen  
erzeugen  
künstliche Kanten.



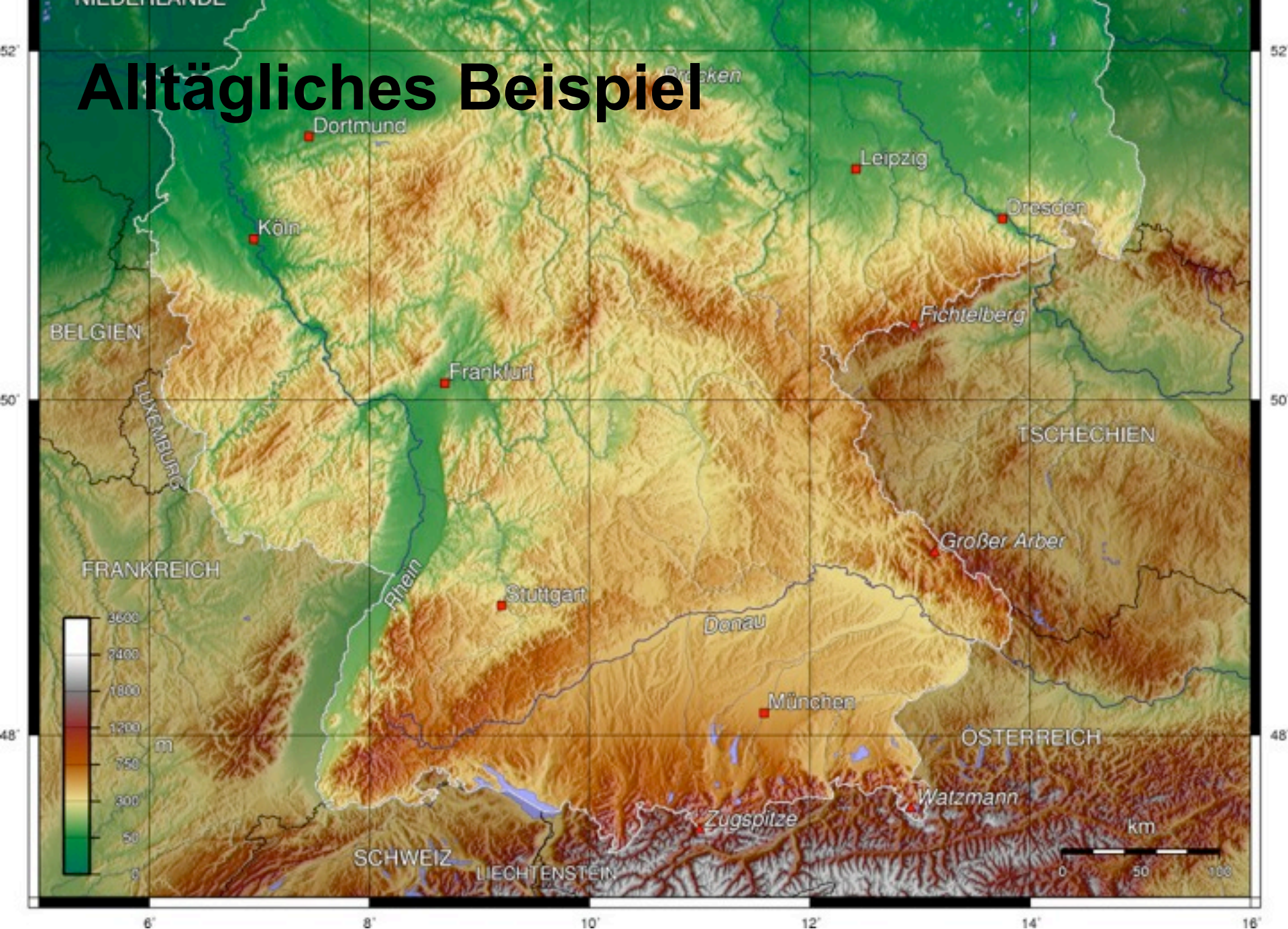


# Beispiel



Ein Zusammenhang zwischen Farbe und Grauwert ist nicht mehr erkennbar.

# Altägliches Beispiel



# Was sollten Sie bis hierhin gelernt haben?

- Punktbasierte Verfahren werden über eine Transferfunktion zwischen Grauwerten (Farbwerten) definiert.
- Grauwerttransformationen
  - monoton: linear,  $\gamma$ -Korrektur, Histogrammlinearisierung
  - Nicht monoton: Stufentransformation, Falschfarbdarstellung.
- Erfolg kann an kontrastbasierten Maßzahlen ermittelt werden.
- Objektabhängige Bildverbesserung erfordert Zusatzwissen.

# Flächenbasierte Bildverbesserung

- Rauschen kann durch Integration einer Signalfolge mit (nahezu) konstantem Signal reduziert werden.
- Konstante Signalfolge:
  - Integration über eine zeitliche Folge.
  - Integration über eine homogene Fläche.
- Lineare verschiebungsinvariante Operatoren
  - Konvolutionsmethoden
  - Filterung im Frequenzraum

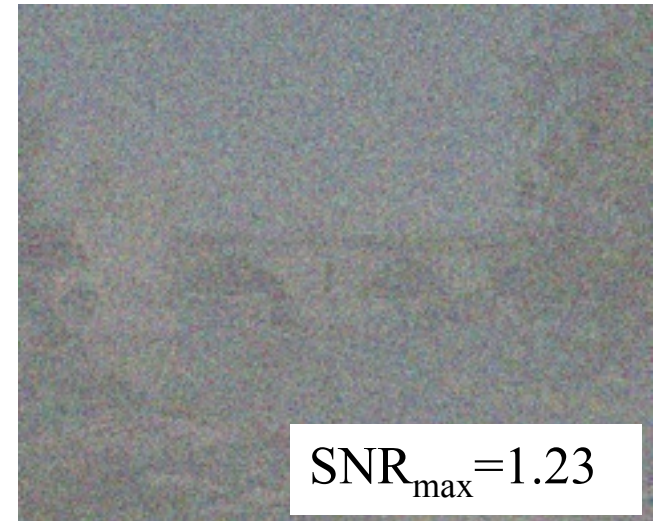
# Zeitliche Folge

- Annahmen
  - Aufnahme mehrerer Bilder  $g_i, i=1, I$  über einen gegebenen Zeitraum.
  - Bild verändert sich über den Zeitraum nicht (keine Bewegung, keine Beleuchtungsänderung).
  - Erwartungswert  $E$  des Rauschens  $n$  ist 0.
- Näherung an die unverrauschte Funktion  $f$ :
  - $$E\{g(m,n)\} = E\{f(m,n)\} + E\{n(m,n)\}$$
$$= E\{f(m,n)\} + 0 = f(m,n)$$
  - Abschätzung von  $E\{g(m,n)\}$  durch Integration über die Bilder.



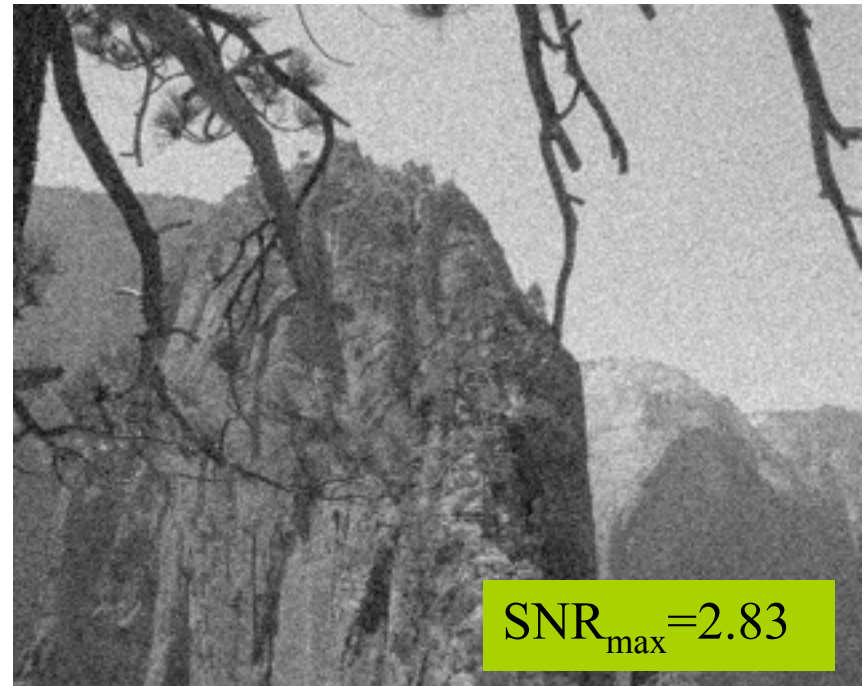
# Beispiel

- Einzelne Aufnahme mit normalverteiltem Rauschen ( $\text{SNR} \approx 1.2$ ).
- Addition von 10 bzw. 50 Aufnahmen.



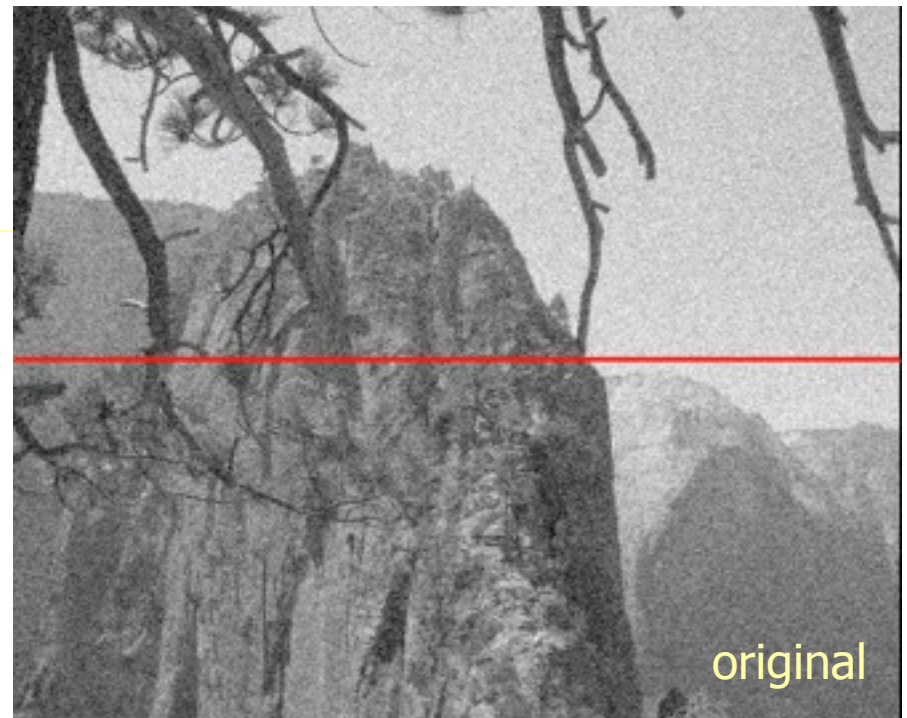
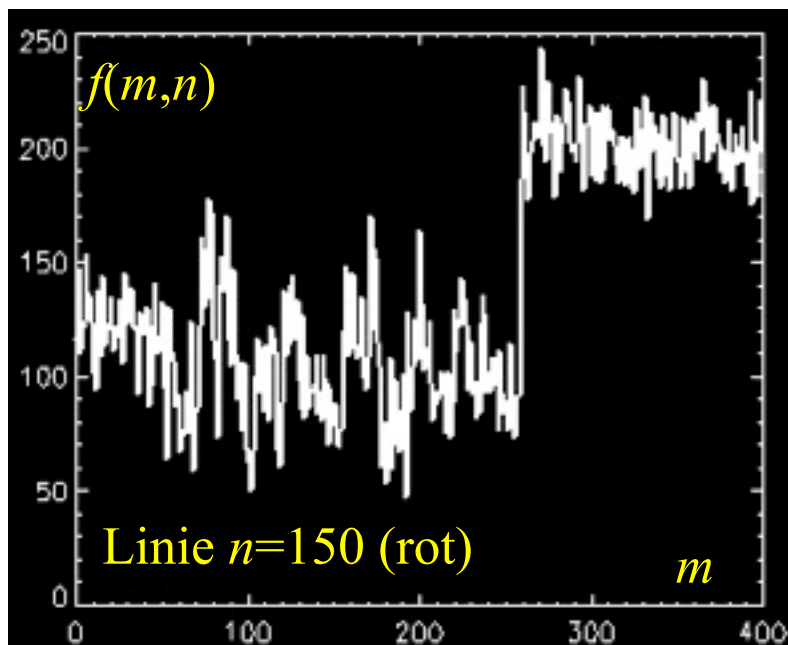
# Integration über die Fläche

- Falls für eine Reihe von Bildpunkten  $(p_0, \dots, p_n)$  gilt, dass  $f(p_i) = \text{const}$ , dann kann Rauschen  $n$  mit  $E\{n\} = 0$  durch Addition der gemessenen Funktionswerte  $g(p_i)$  reduziert werden.
- Annahmen:
  - Bild besteht aus homogenen Bereichen.
  - Benachbarte Punkte haben den gleichen Grauwert.
- Rauschunterdrückung:
  - Mittelwertbildung über vorgegebene Nachbarschaft.



# Mittelwertbildung durch Konvolution

Konvolutionskern: Gleichmäßige Gewichtung der Pixel in einer gegebenen Nachbarschaft

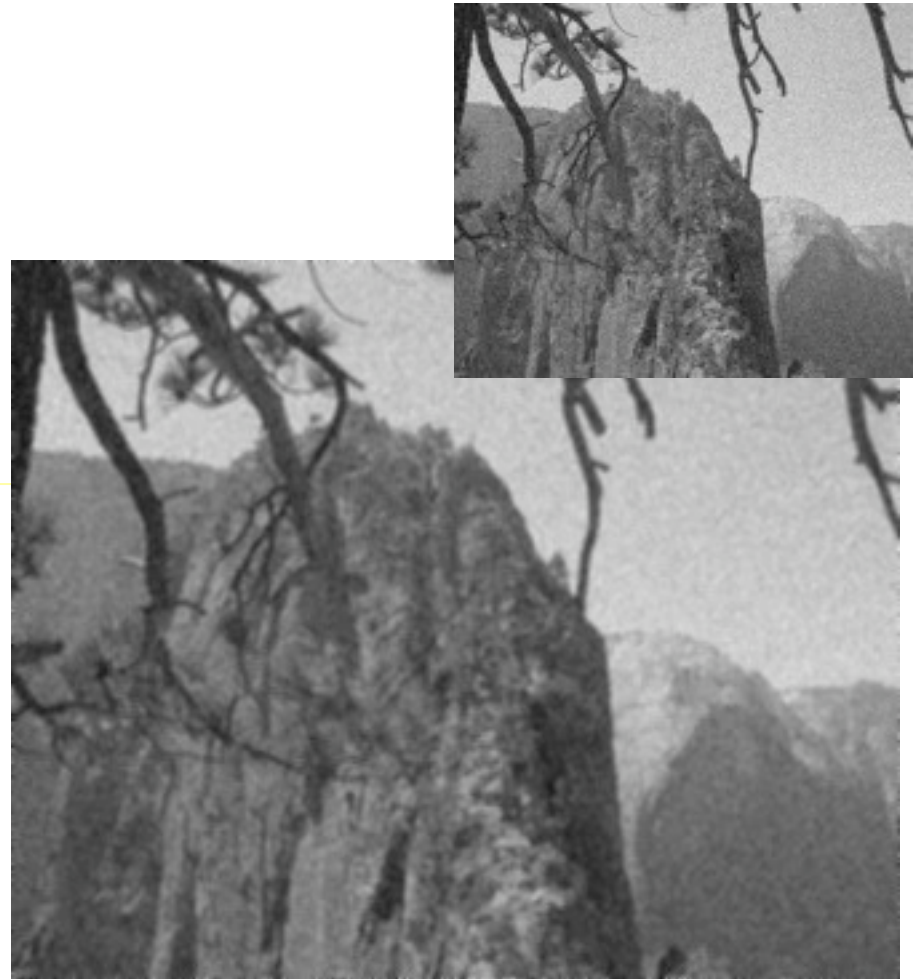
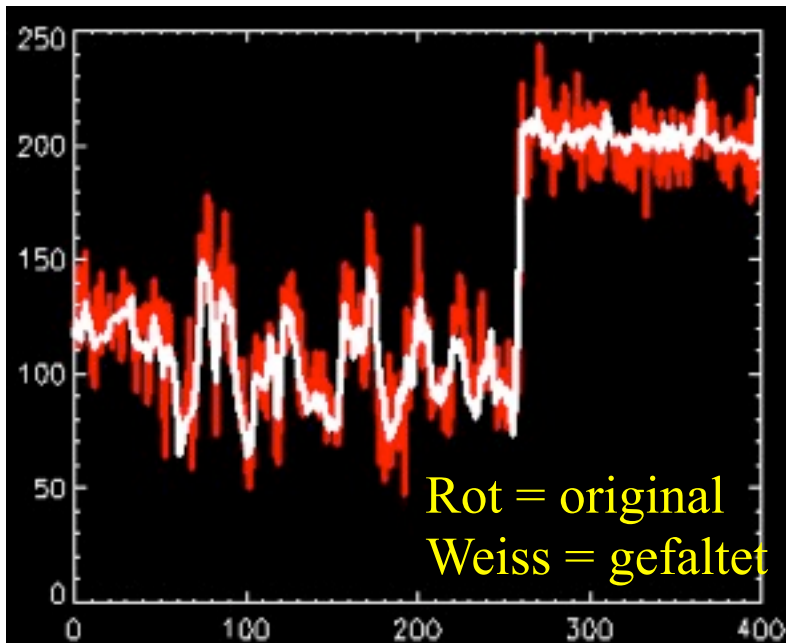




# 3x3 Boxcar-Filter

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

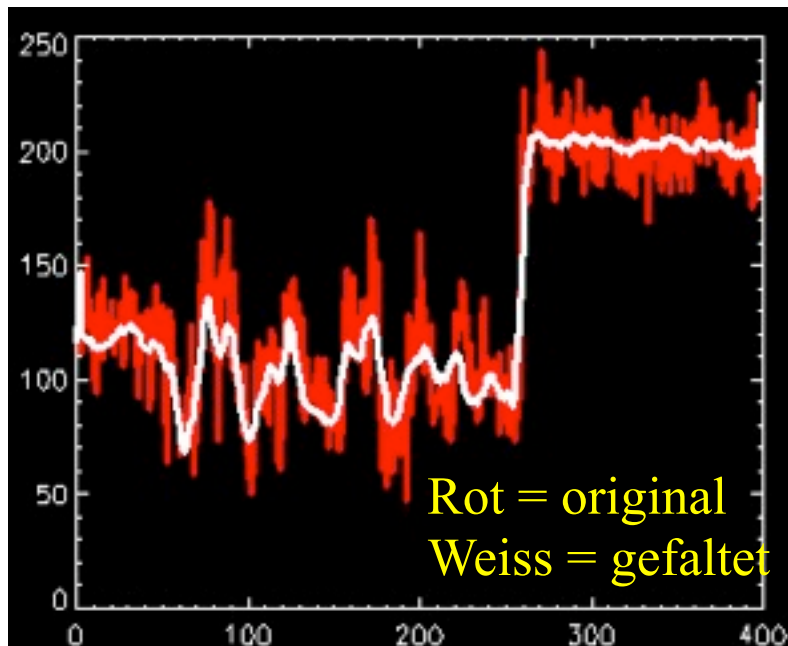
Filterkern



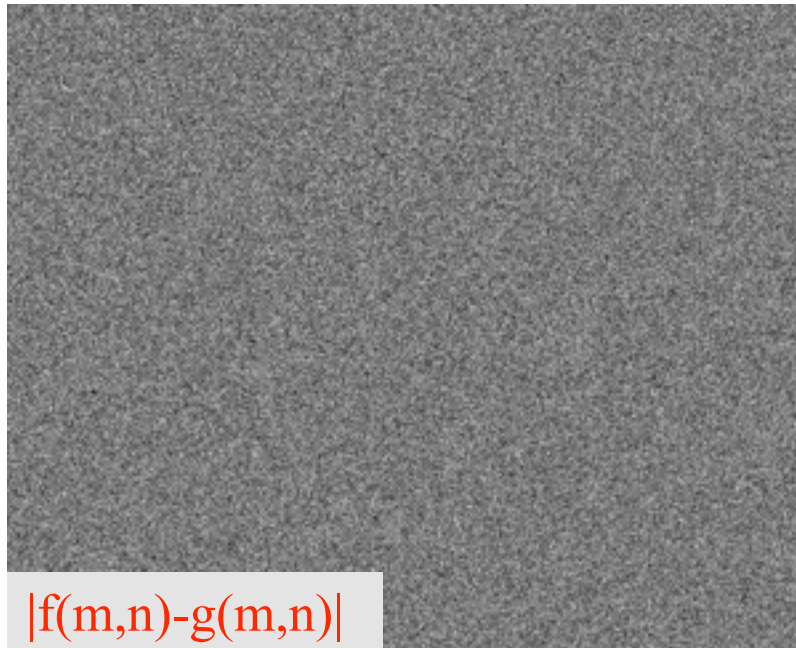
# 7x7 Boxcar-Filter

**Beobachtung:** Kanten werden degradiert.

**Grund:** Annahme konstanter Funktionswerte ist nicht wahr.

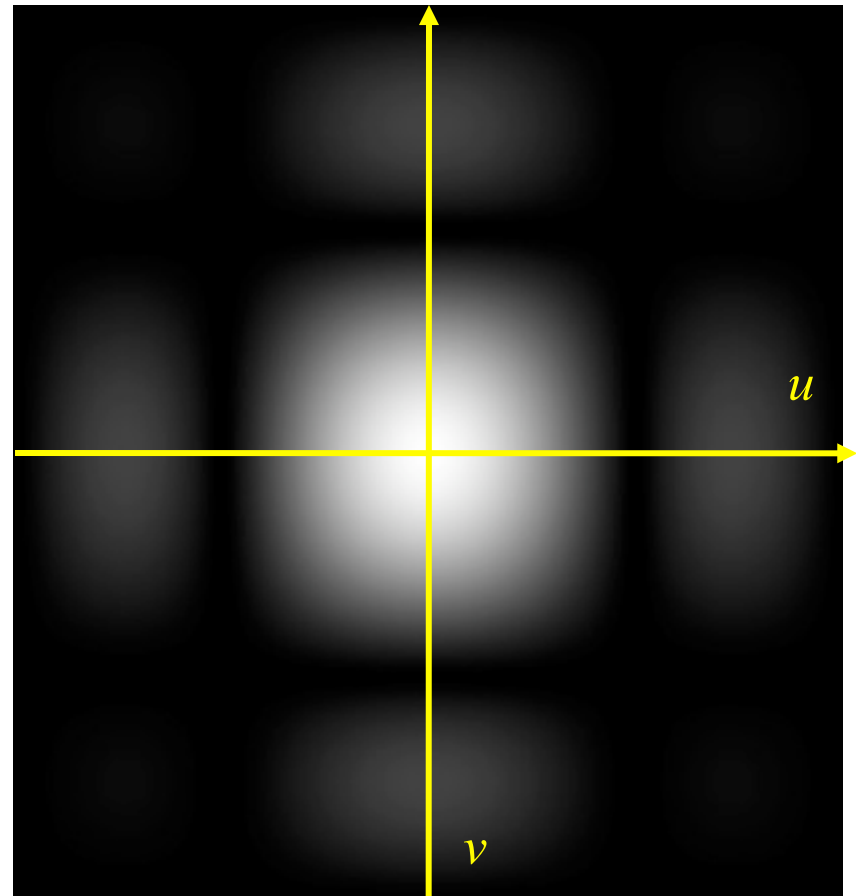
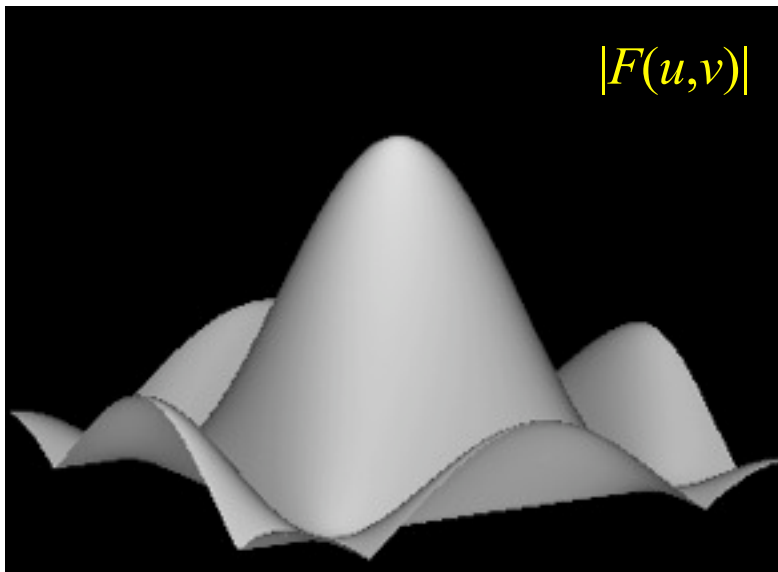


# Verhalten an Kanten



# Richtungsabhängigkeit des Mittelwertfilters

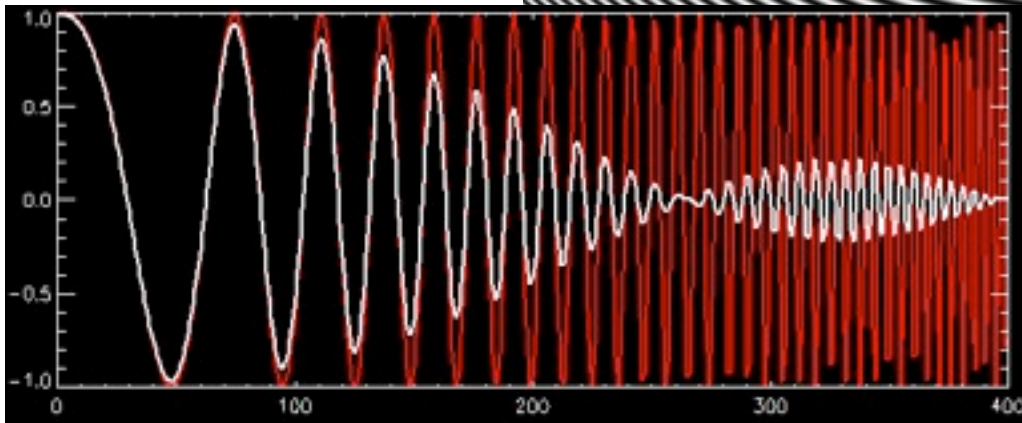
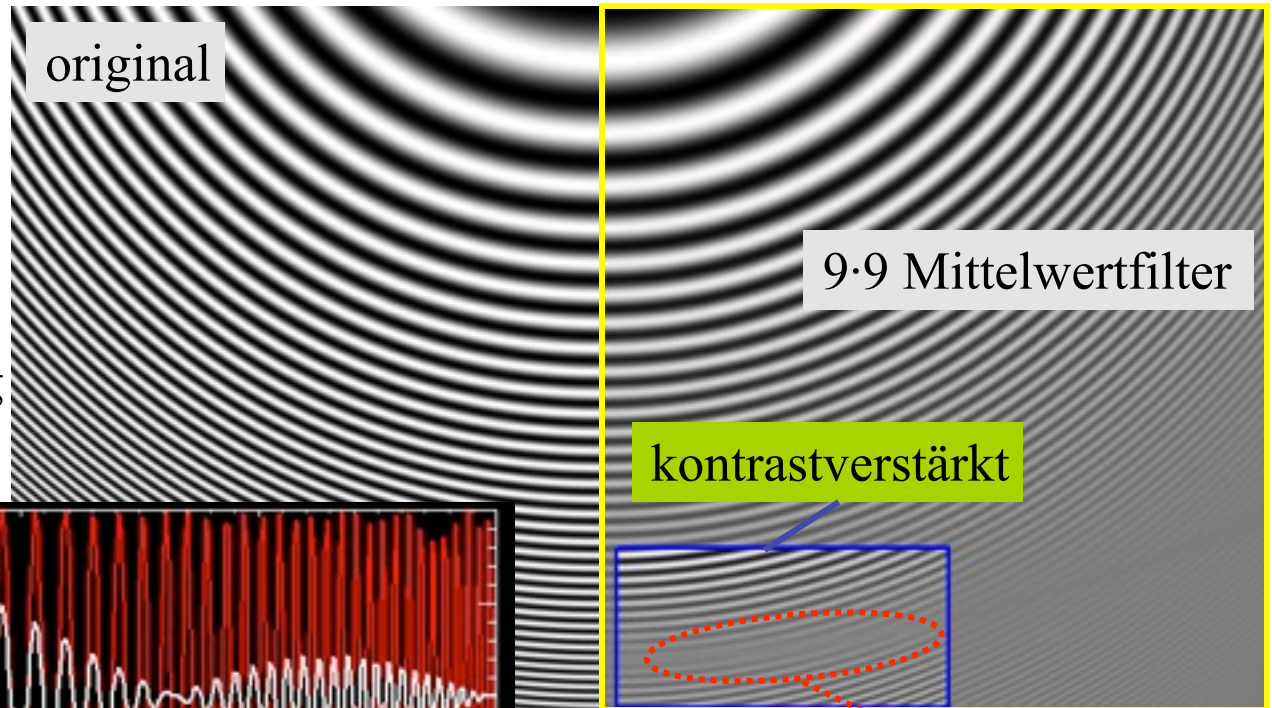
Transferfunktion  
(Repräsentation im  
Frequenzraum).



# Auswirkungen

Bildzeile

rot: vor der Filterung  
weiß: nach Filterung

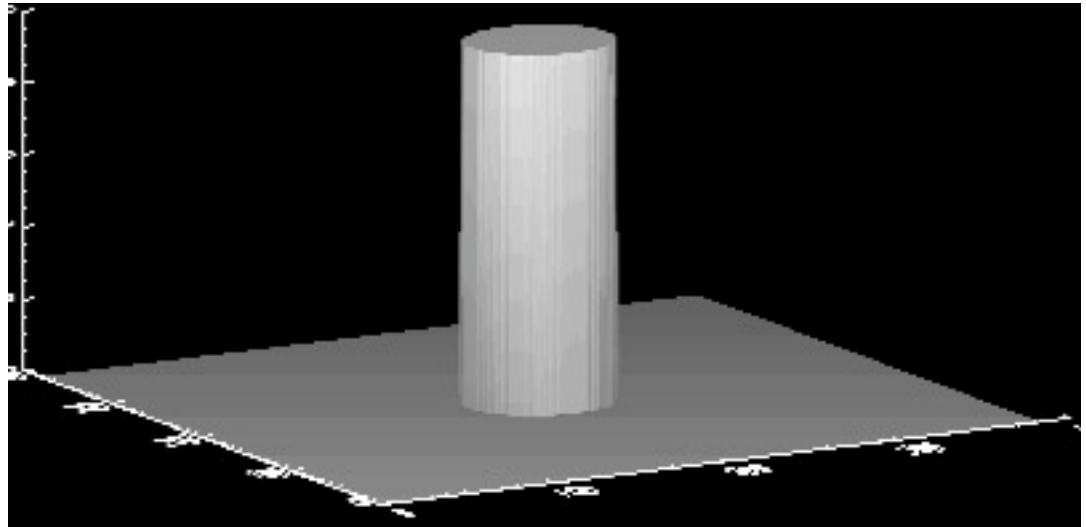


# Frequenzraumfilterung

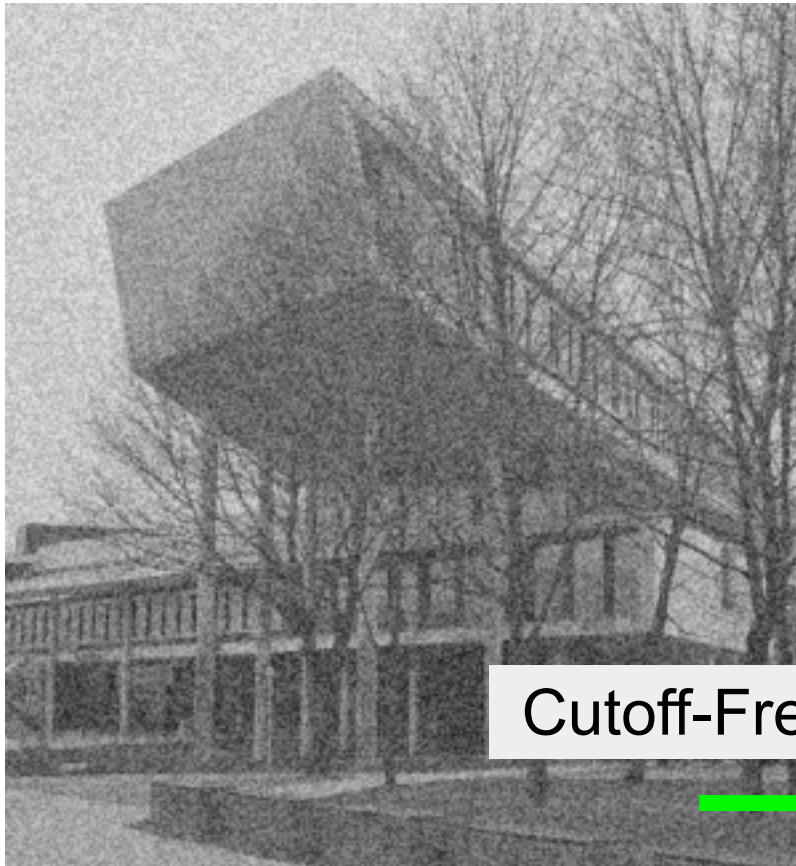
- Filter im Frequenzraum so entwickeln, dass die Artefakte nicht auftauchen können.
- Ideales Tiefpassfilter

$F_{max}$  – Cut-Off-Frequenz

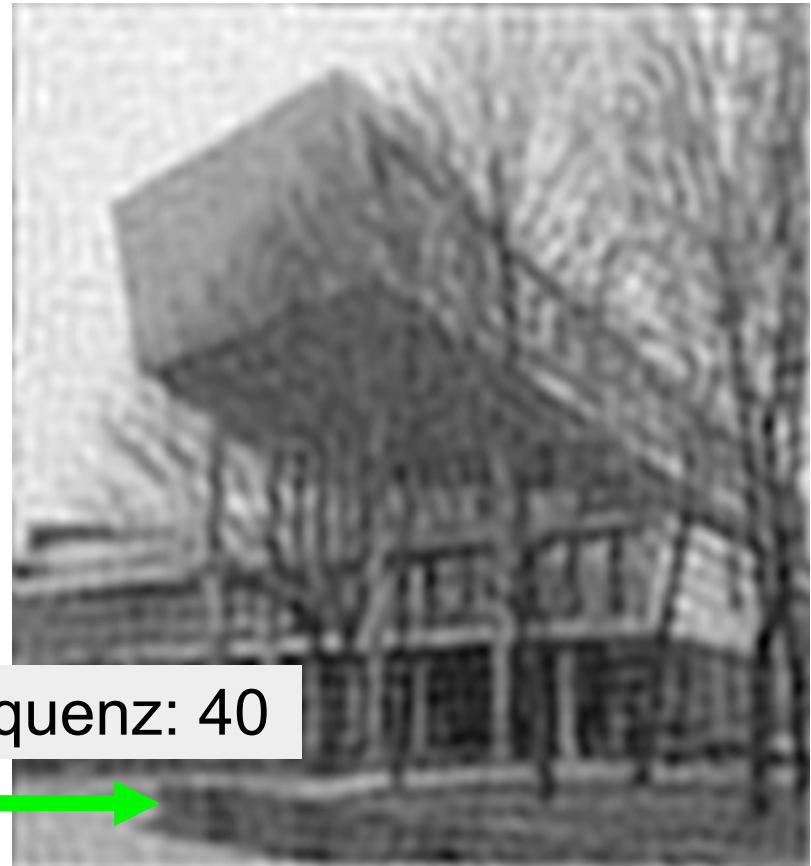
$$H_{F_{max}}(u, v) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } u^2 + v^2 \leq F_{max}^2 \\ 0 & , \text{ sonst.} \end{cases}$$



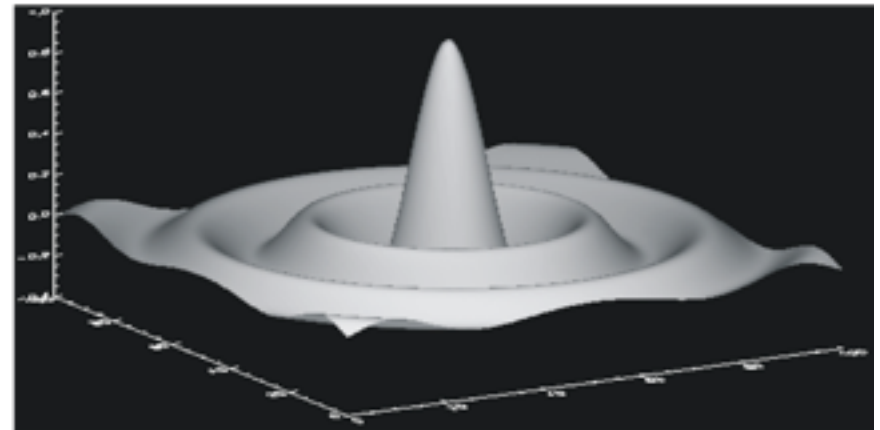
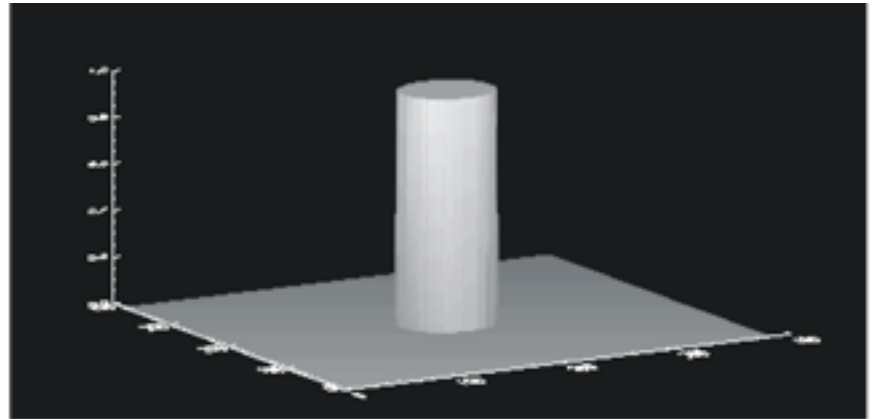
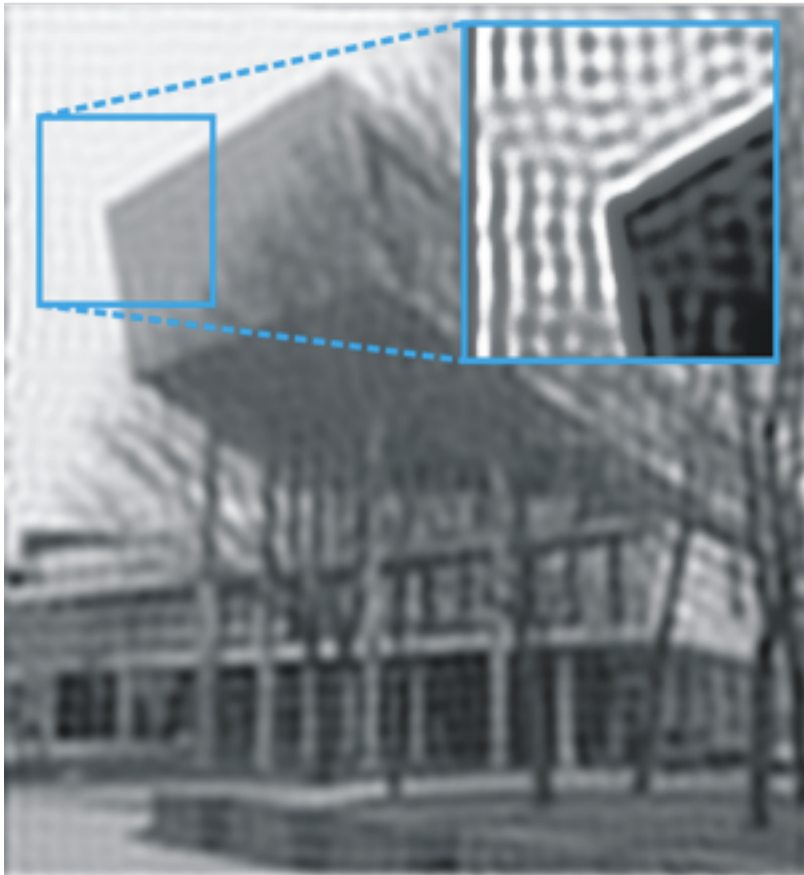
# Tiefpassfilter zur Rauschunterdrückung



Cutoff-Frequenz: 40



# Ringing-Artefakt



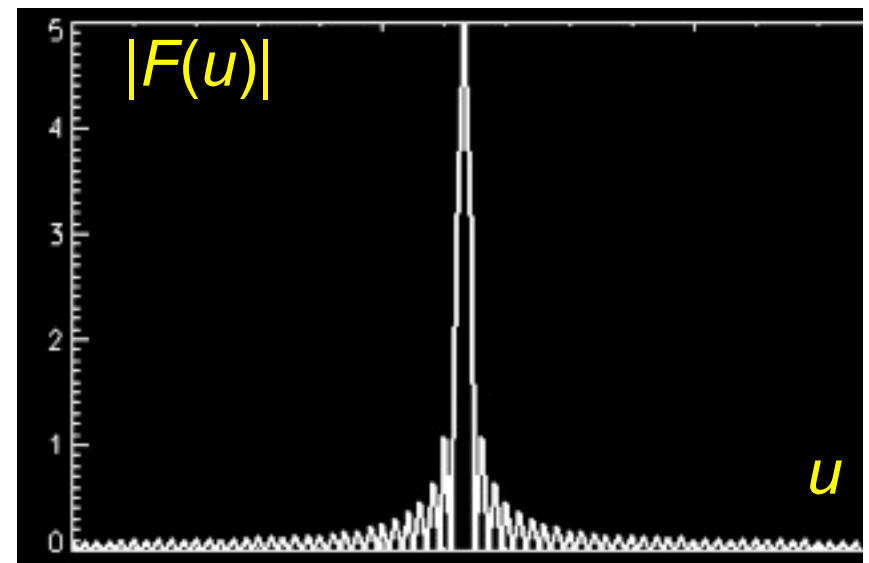


# Ringling-Artefakt



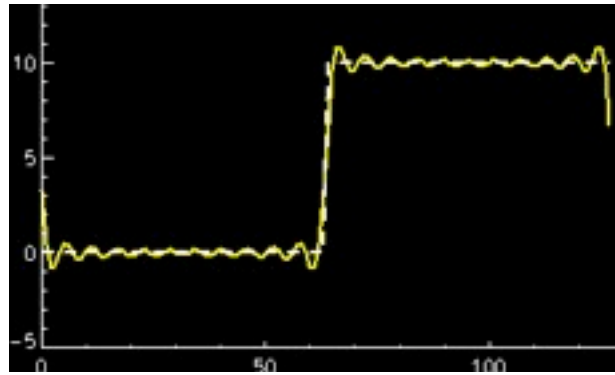
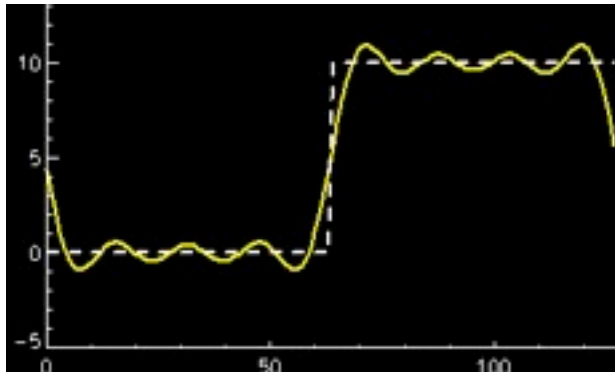
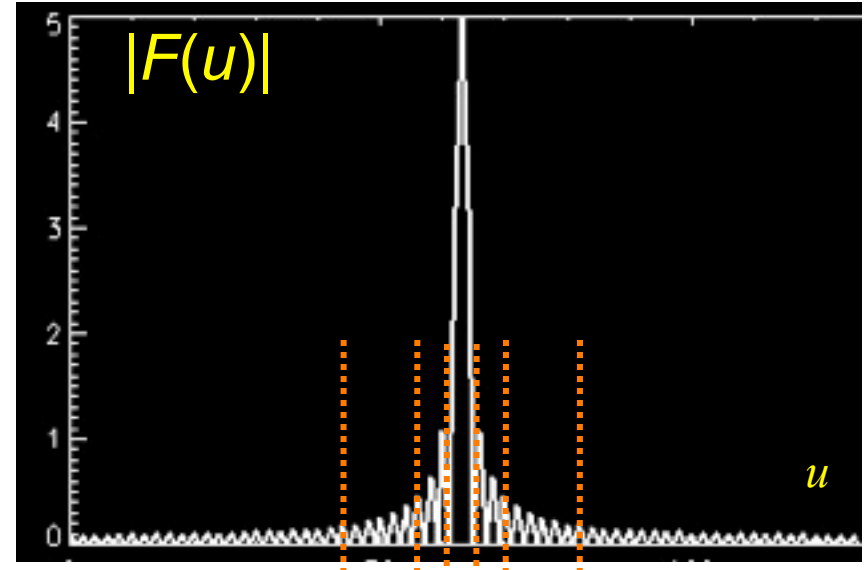
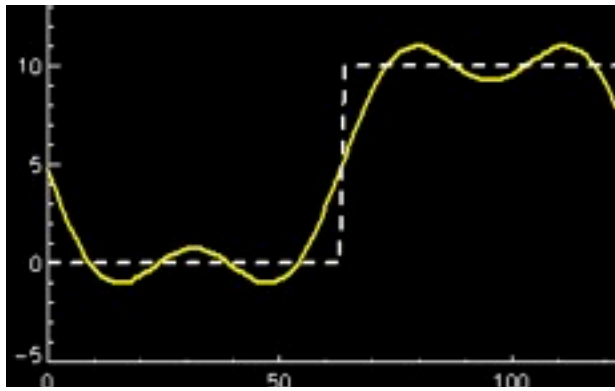
Bildzeile

Das Ringing-Artefakt entsteht, weil scharfe Kanten durch Wellen **aller** Frequenzen beschrieben werden.



Fourier-transformierte Zeile

# Filterung



Fourier-  
transformierte  
Zeile

# Butterworth-Filter

Frequenzen werden nicht gelöscht,  
sondern nur abgeschwächt.

Tiefpass-Filter:

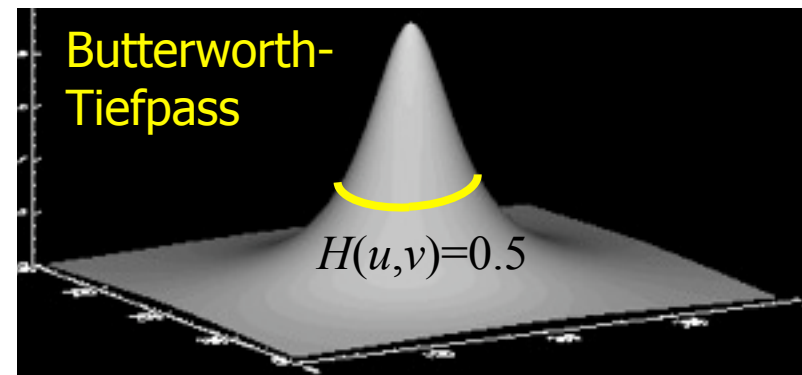
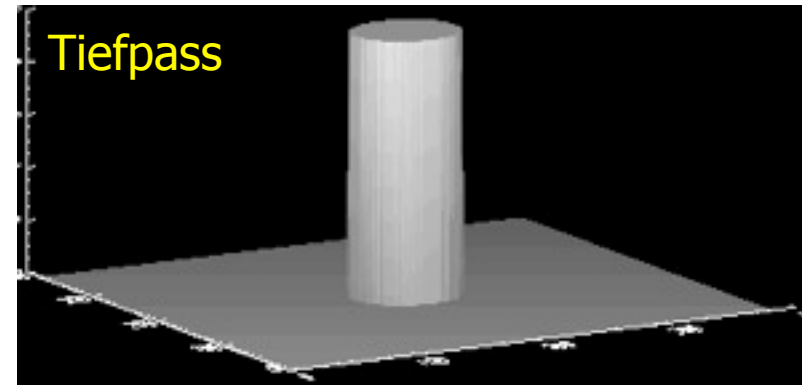
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + (D(u, v) / D_0)^{2n}}$$

Hochpass-Filter:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + (D_0 / D(u, v))^{2n}}$$

$D_0$ : Cutoff-Frequenz,

$D(u, v)$ : Frequenz, d.h. Abstand  
vom Ursprung



# Butterworth vs. Einfacher Tiefpass

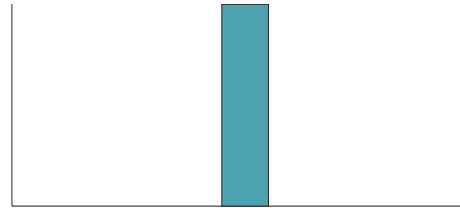


# Binomialfilter

Eindimensionaler Binomialfilter  $B^p = [1 \ 1] * [1 \ 1] * \dots * [1 \ 1]$  ( $p$ -mal):

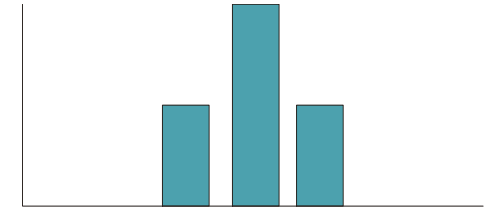
$$B^0 = 1^{-1} \cdot$$

$$[1]$$



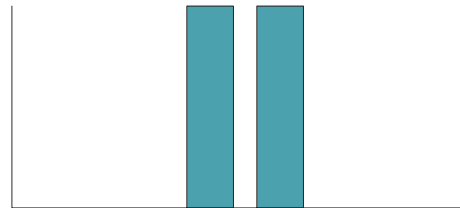
$$B^1 = 2^{-1} \cdot$$

$$[1 \ 1]$$



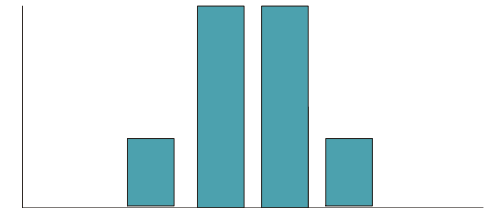
$$B^2 = 4^{-1} \cdot$$

$$[1 \ 2 \ 1]$$



$$B^3 = 8^{-1} \cdot$$

$$[1 \ 3 \ 3 \ 1]$$



$$B^4 = 16^{-1} \cdot$$

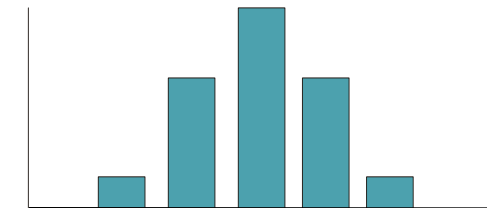
$$[1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]$$

...

Zweidimensionaler Binomialfilter  $\mathbf{B}^p = B^p * (B^p)^T$ :

$$\mathbf{B}^2 = 4^{-1} \cdot [1 \ 2 \ 1]^T \cdot 4^{-1} \cdot [1 \ 2 \ 1] = 16^{-1} \cdot$$

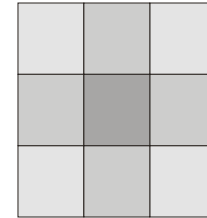
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



# Zweidimensionale Binomialfilter

$$\mathbf{B}^2 = 1/16 \cdot [1 \ 2 \ 1]^T \cdot [1 \ 2 \ 1] = 1/16 \cdot$$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

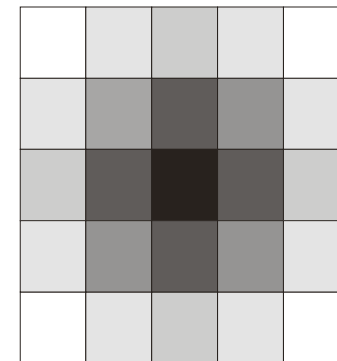


$$\mathbf{B}^3 = 1/64 \cdot [1 \ 3 \ 3 \ 1]^T \cdot [1 \ 3 \ 3 \ 1] = 1/64 \cdot$$

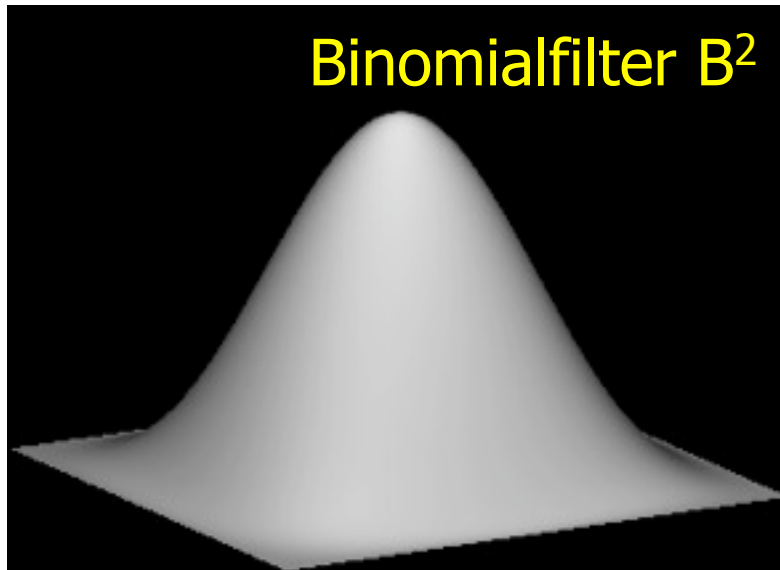
1	3	3	1
3	9	9	3
3	9	9	3
1	3	3	1

$$\mathbf{B}^4 = 1/256 \cdot$$

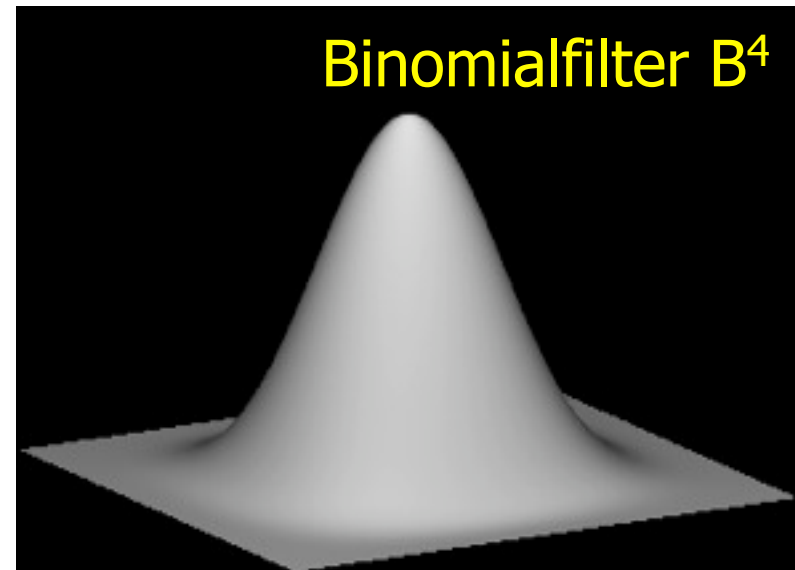
1	4	6	4	1
4	16	24	16	4
6	24	36	24	6
4	16	24	16	4
1	4	6	4	1



# Transferfunktion des Binomialfilters



Weniger Artefakte an Kanten sind zu erwarten.



# Filterresultate des Binomialfilters

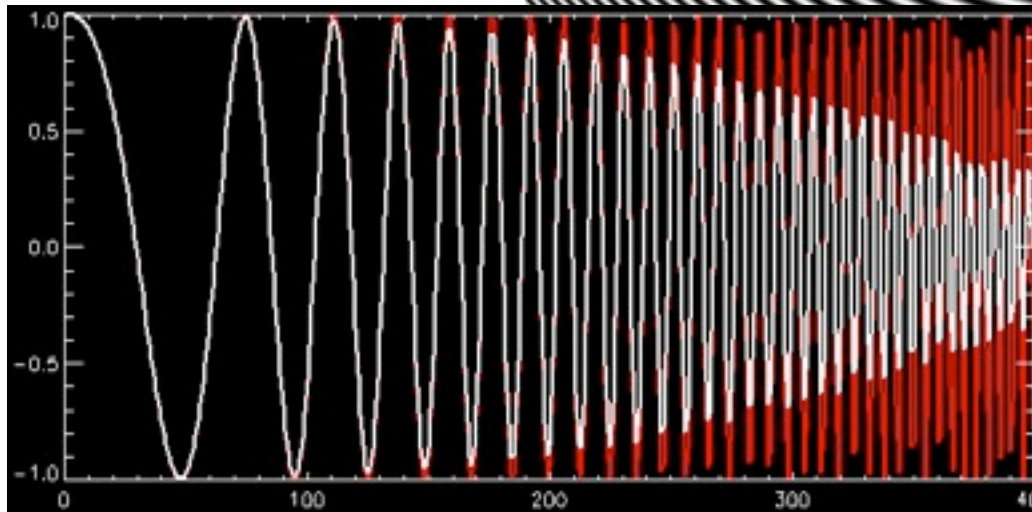
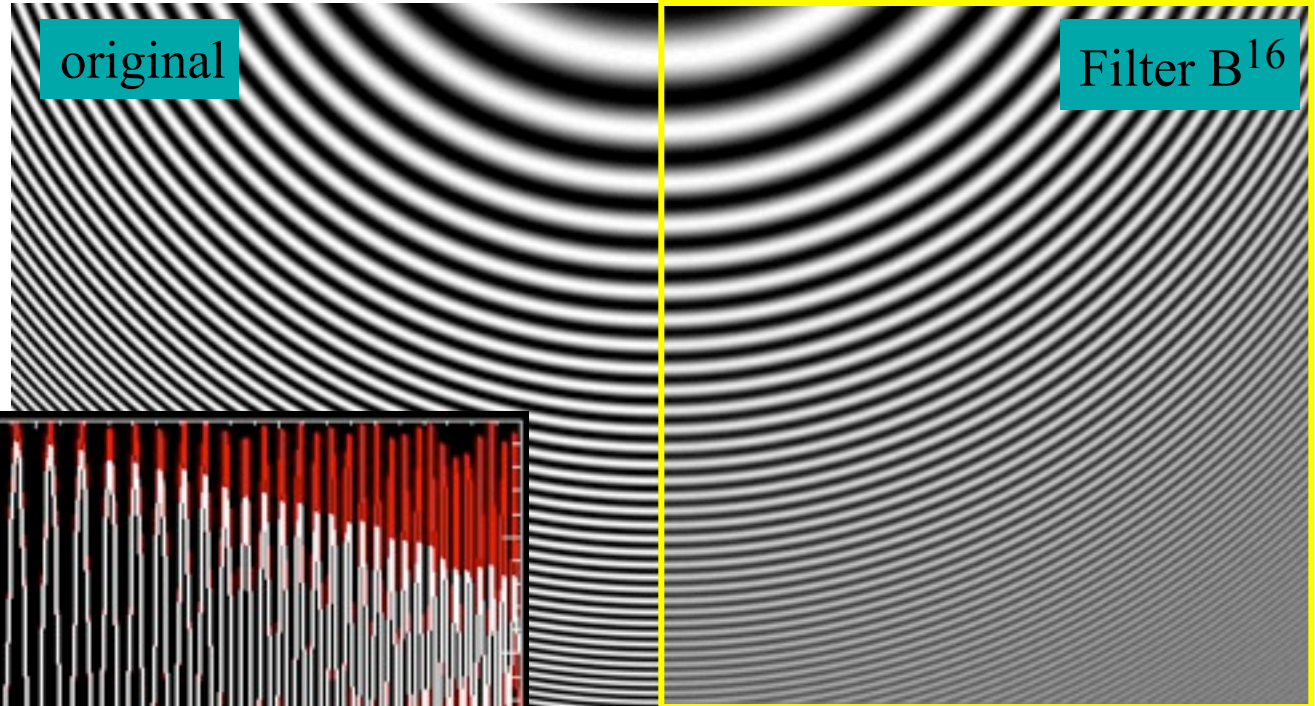
original

Filter  $B^{16}$

Bildzeile

rot: vor der Filterung

weiß: nach Filterung



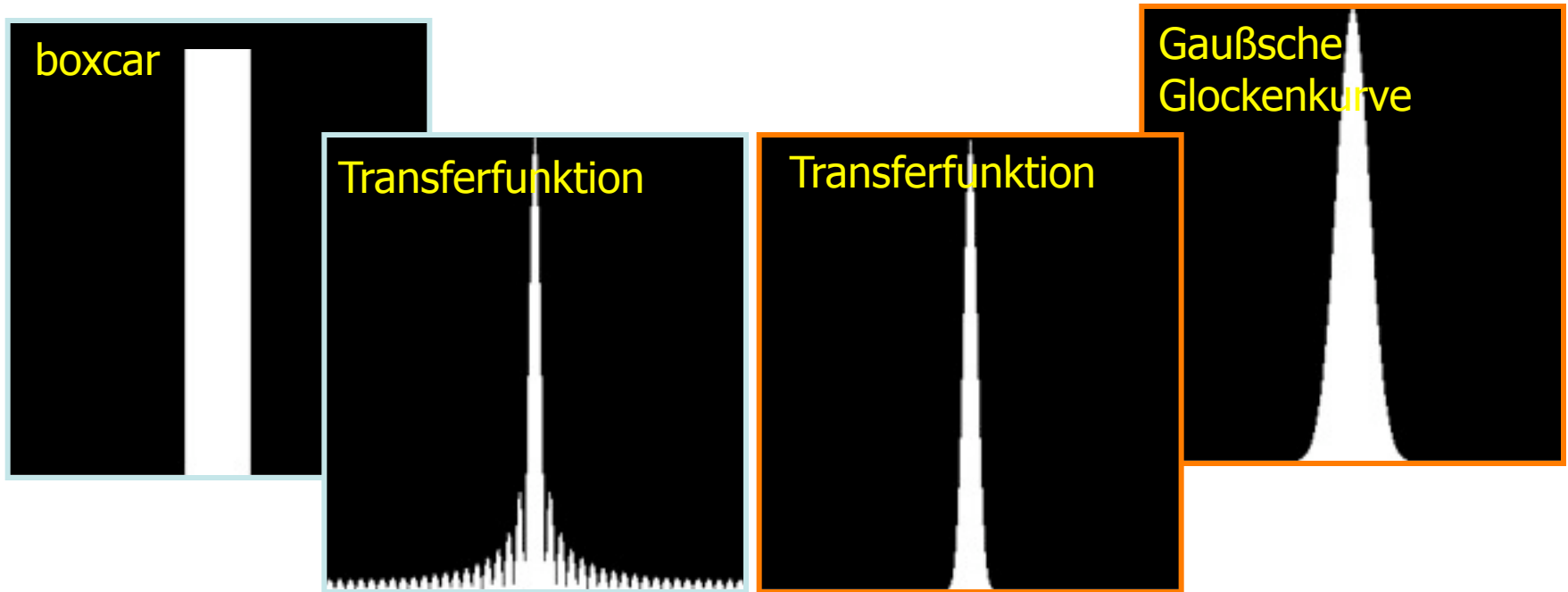


# Butterworth-Filter / Binomialfilter

- Ideales Tiefpassfilter: kompakter Träger im Frequenzraum, aber artefakt-verursachende Ortsraumrepräsentation
  - ▶ Butterworth-Filter: kontrolliert monoton fallende Funktion im Frequenzraum, deren Ortsraumrepräsentation ebenfalls monoton fällt.
- Mittelwertfilter: kompakter Träger im Ortsraum, aber artefakt-verursachende Frequenzraumrepräsentation
  - ▶ Binomial-Filter: monoton fallende Funktion mit kompaktem Träger im Ortsraum, deren Frequenzraumrepräsentation monoton fällt.

# Binomialfilter und Gaußfunktion

- Für immer größere Filterkerne nähert sich das Binomialfilter der **Gaußschen Glockenkurve** an.
- Der Betrag der **Transferfunktion** einer solchen Funktion ist wieder eine **Gaußsche Glockenkurve**.



$$\text{gauss}(x,y) = [\sigma \cdot \sqrt{2\pi}]^{-1} \cdot \exp\left[-(x^2+y^2)/(2\sigma^2)\right]$$

# Filterung mit 2D Gaußfilter

Die Gaußfunktion ist separabel, so dass die Filterung durch zwei 1D Konvolutionen erfolgen kann.



# Grenzen



Sogenanntes  
Impulsrauschen  
(Salt & Pepper  
Noise) kann nicht  
entfernt werden.



# Was sollten Sie gerade gelernt haben?

- Rauschunterdrückung durch Schätzung des Erwartungswerts der Bildfunktion
- Schätzung des Erwartungswerts = zeitliche oder räumliche Integration
- Filter im Orts- und Frequenzraum
- Artefakte bei Orts-/Frequenzraumfiltern

# Literatur

- Klaus D. Tönnies: "Grundlagen der Bildverarbeitung", ISBN 3-8273-7155-4
- <http://www.pearson-studium.de/main/main.asp?page=booksites/selectchapter&isbn=3827371554&PSZielgruppe=Student>